



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ARCHITEKTURY
ÚSTAV NAVRHOVÁNÍ I.

FACULTY OF ARCHITECTURE
DEPARTMENT OF DESIGN I.

ARCHITEKTURA, GEOMETRIE A VÝPOČETNÍ TECHNIKA

ARCHITECTURE, GEOMETRY AND COMPUTERS

TEZE DOKTORSKÉ PRÁCE
SYLLABUS OF DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Ing. arch. JAN FORETNÍK

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

Ing. arch. HANA RYŠAVÁ, CSc.

BRNO 2010

OBSAH

1	ÚVOD.....	2
1.1	Cíl práce.....	2
1.2	Obsah a struktura práce.....	2
2	GEOMETRICKÉ ZÁKLADY	3
3	MODELOVÁNÍ OBJEKTŮ – BOD.....	4
4	MODELOVÁNÍ KŘIVEK.....	4
4.1	Přímka, polopřímka, úsečka.....	4
4.2	Kuželosečky	5
4.3	Další křivky.....	7
4.4	Křivky volných tvarů	11
5	MODELOVÁNÍ PLOCH.....	16
5.1	Geometrické modelování 3D ploch	17
5.2	Reprezentace ploch pomocí volných ploch	21
5.3	Reprezentace ploch pomocí polygonální sítě (mesh)	26
6	MODELOVÁNÍ TĚLES	26
7	ZÁVĚR.....	27
	PŘÍLOHA: DOPLŇKOVÝ VÝZKUM KURZŮ GEOMETRIE.....	28
	POUŽITÉ ZDROJE.....	30
	PROFESNÍ ŽIVOTOPIS.....	32

ABSTRAKT

Tématem této disertační práce je geometrie, její praktické využití v architektonické praxi (především její aplikace ve výpočetní technice během návrhu a realizace staveb) a způsob její výuky na školách architektury v současnosti.

Disertační práce systematizuje a popisuje konstrukce a vlastnosti geometrických objektů, jejich modelování v CAD systémech a příklady jejich použití v praxi, v některých případech včetně způsobu realizace. Geometrické objekty jsou systematicky členěny od bodu přes křivky a plochy až po tělesa.

Závěrem práce je návrh úpravy výuky geometrie na školách architektury tak, aby podporovala rozvoj prostorové představivosti na úkor „drilu“ a získané znalosti byly přímo využitelné v architektonické praxi.

Doplňkový výzkum (v příloze) analyzuje současný stav výuky geometrie na vybraných evropských školách architektury. Výzkum byl zaměřen na obsah a formu vybraných kurzů a jejich vliv na rozvoj prostorové představivosti.

KLÍČOVÁ SLOVA

Architektura, geometrie, konstrukce křivek, konstrukce ploch, konstrukce těles, CAD modelování, prostorová představivost.

ABSTRACT

The topic of this thesis is geometry, its practical usage in architect's profession (especially its application in computer design and realization of buildings) and its current way of teaching at schools of architecture.

The thesis systematically describes geometric objects' construction and properties, its modelling in CAD systems and examples of its usage in architecture, in some cases including the way of its realization. Geometric objects are systematically organized into chapters about point, curves, surfaces and solids.

The outcome of the thesis is a concept of geometry courses modification in the way that they encourage the spatial imagination development instead of "drill" and the gained knowledge is directly useful in architect's profession.

A supplementary research (in appendix) analyses the state-of-the-art of teaching of geometry at selected schools of architecture in Europe and its effect to spatial imagination development. The research was focused at contents and form of the selected geometry courses and its influence to spatial imagination.

KEYWORDS

Architecture, geometry, construction of curves, construction of surfaces, construction of solids, CAD modelling, spatial imagination.

1 ÚVOD

1.1 CÍL PRÁCE

Cílem disertační práce bylo systematizovat a popsat konstrukce geometrických objektů používaných v architektuře a jejich aplikaci v modelování v CAD systémech (včetně složitějších geometrických a algebraických křivek a ploch), se zaměřením na možné využití poznatků ve vzdělávání budoucích architektů. Nedílnou součástí této analýzy byl výběr a rozbor vhodných ilustračních příkladů aplikace jednotlivých geometrických objektů v architektuře (od historické po soudobou).

Tento výzkum měl odhalit nedostatky v přípravě architekta ve vztahu k dnešní praxi, tj. ve vztahu k výpočetní technice a realizaci staveb. Získané poznatky měly pomoci určit, které geometrické konstrukce a postupy jsou potřebné k modelování architektury v CADu a které jsou dnes zbytečné, protože jejich znalost představuje pouze dril, který je právě výpočetní technikou nahrazen. Ambicí této práce nebylo objevit nové geometrické vlastnosti, matematické modely ani konstrukce.

Současný stav výuky geometrie na školách architektury byl analyzován v rámci doplňkového výzkumu. Protože obvykle deklarovaným cílem výuky geometrie je mj. rozvoj prostorové představivosti posluchačů jako jedné z důležitých schopností architekta, byl výzkum vybraných kurzů zaměřen nejen na jejich obsah a formu, ale také na jejich vliv na prostorovou představivost studentů.

Tento výzkum ukázal, že výuka geometrie je v současnosti na českých školách architektury zaměřena na deskriptivní geometrii a na rozdíl od některých evropských škol stále klade důraz i na složité geometrické konstrukce na úkor informací použitelných v praxi. Doplňkový výzkum včetně podrobných výsledků je popsán v příloze.

V závěru práce navrhuji jak využít získané poznatky ve výuce na škole architektury.

1.2 OBSAH A STRUKTURA PRÁCE

V disertační práci se zabývám geometrickými objekty, jejich geometrickými vlastnostmi a konstrukcí, modelováním v CAD systémech a jejich použitím v architektuře.

V úvodní kapitole se v nezbytné míře věnuji potřebným geometrickým základům.

Dále je práce členěna podle jednotlivých skupin geometrických objektů na tyto kapitoly:

- bod;
- křivky (kapitola je dále členěna podle druhů křivek – přímka, kuželosečky, řetězovka, sinusoida, spirály, cykloidy a křivky volných tvarů);
- plochy (kapitola je dále členěna podle způsobu popisu ploch – geometrická reprezentace, reprezentace pomocí volných ploch, reprezentace pomocí polygonální sítě);
- tělesa (v kapitole stručně popisují různé způsoby modelování těles v CAD systémech).

Jednotlivým objektům se věnuji podrobně z následujících hledisek:

- definice, geometrické a analytické vlastnosti;
- konstrukce v syntetické geometrii;
- modelování v CAD systémech;
- reálné uplatnění v architektuře.

Jednotlivá hlediska nejsou striktně oddělena, poznatky se navzájem doplňují. Text je zpracován formou syntézy z dostupných materiálů.

V této zkrácené verzi jsou jednotlivé kapitoly spíše osnovou plné verze disertační práce. Problematika je podrobně rozebrána v plné verzi, včetně obrázků a fotografií.

Křivky a plochy v architektuře

Protože architektura je tvořena hmotou (z geometrického hlediska tělesy), křivky ani plochy v geometrickém slova smyslu se v architektuře neobjevují. Pozorovatel však vnímá plochy ohraničující tělesa, u některých ploch i křivky, které tyto plochy tvoří.

U jednotlivých kapitol modelování ploch a křivek jsou uvedeny příklady jejich aplikace v architektuře (u křivek jsem zpravidla volil válcové plochy, kde jsou tvořící křivky nejlépe patrné). Věnuji se též způsobu realizace některých vybraných staveb.

V tomto přehledu nejsou zahrnuty přímky a rovinné plochy. Přehled je zaměřen na geometrii, jeho úkolem není podat ucelený přehled teorie a historie architektury.

Modelování objektů v CAD systémech

Každý CAD systém využívá pro tvorbu geometrického modelu základních prvků (primitiv, entit, objektů), jako je bod, úsečka, kružnice, křivka, plocha, těleso a další. Každý program může využívat jinou sadu těchto základních objektů. Tyto objekty mají definovaný matematický model, kterým CAD systém vytvoří geometrickou podobu objektu na základě uživatelem zadaných geometrických vlastností (např. řídicí body křivky nebo základna, výška a umístění hranolu). Zpravidla je možnost objektu také přiřadit další vlastnosti, jako je barva, tloušťka čáry, typ čáry nebo vlastnosti pro vizualizaci jako materiál, chování při osvětlení a podobně[12].

Jednotlivé základní objekty, jejich způsob použití v CAD systémech (především v programech AutoCAD a Rhinoceros), jsou osvětleny v jednotlivých kapitolách o modelování křivek, ploch a těles.

Geometrické a analytické vlastnosti a geometrické konstrukce křivek a ploch

CAD systémy umožňují přímé modelování některých geometrických objektů, přesto znalost jejich geometrických a analytických vlastností zjednodušuje a zpřesňuje práci při modelování složitějších sestav objektů. U objektů, které v daném CAD systému nelze modelovat přímo, je třeba použít geometrické konstrukce.

Z těchto důvodů se v textu věnuji také analytickým i geometrickým vlastnostem a geometrickým konstrukcím křivek a ploch, v míře nezbytně nutné k danému účelu.

2 GEOMETRICKÉ ZÁKLADY

V této kapitole se v nezbytné míře věnuji potřebným geometrickým základům, tj. definici Euklidovského prostoru a Karteziánské souřadnicové soustavy,

geometrickým transformacím (posunutí, otočení, zrcadlení, změna měřítka, skládání transformací a změna souřadnicové soustavy) a promítání (především rovnoběžné kolmé a středové). Uvedeným tématům se v disertační práci věnuji z geometrického hlediska a jejich aplikaci v CAD systémech.

3 MODELOVÁNÍ OBJEKTŮ – BOD

Bod je bezrozměrný element, nemá délku, plochu ani objem. Euklides původně definoval bod jako „to, co nemá části“[06]. Bod je základním geometrickým prvkem, všechny ostatní geometrické objekty jsou množinou bodů.

V CAD systémech, které zpravidla používají karteziánský souřadnicový systém, je bod určen trojicí souřadnic. Bod je tedy zadáván jako trojice čísel, např. bod ležící v počátku souřadnicové soustavy se zadává jako $0, 0, 0$. Bod lze také určit přímo na kreslicí ploše polohovacím zařízením (myší, tabletem). Aby takto zadaný bod byl přesný, umožňuje většina CAD systémů se „přichytit“ na již dříve definované body (body, konce čar, středy, průsečíky apod.). Kromě toho umožňují kvůli zrychlení zadávání i dalšími způsoby, např. relativní souřadnice od předchozího bodu, bod na pomyslné spojnici apod.

Pro bod je vyčleněn zvláštní objekt, tento objekt je zpravidla využíván pouze jako pomocný. Ostatní objekty jsou definovány pomocí určujících bodů (koncové body, střed apod.). Tyto body se zadávají analogicky.

4 MODELOVÁNÍ KŘIVEK

Křivka (čára) je jednorozměrný spojitý útvar. Lze ji také popsat jako útvar, který vznikne jako trajektorie spojitého pohybu bodu v prostoru.

V úvodu kapitoly jsou popsány vlastnosti křivek: analytický zápis křivek, dělení křivek, orientace křivky, tečna, oskulační kružnice a normála, křivost, torze, geometrická a parametrická spojitost a singulární body křivek.

Dále jsou v této kapitole systematicky popsány jednotlivé druhy křivek.

4.1 PŘÍMKA, POLOPŘÍMKA, ÚSEČKA

Přímka je přímý jednorozměrný útvar (nemá žádnou tloušťku), který se oběma směry rozpíná donekonečna. Polopřímka je část přímky vymezená jedním na ní ležícím bodem. Úsečka je část přímky vymezená dvěma body na ní ležícími. Je nejkratší spojnici dvou bodů.

Spojením více úseček v jejich krajních bodech vznikne lomená čára, případně uzavřený mnohoúhelník. Geometrickým vlastnostem těchto útvarů se v disertační práci více nevěnuji.

CAD programy obsahují nástroje pro kreslení jednotlivých úseček, lomených čar i mnohoúhelníků. Ty mohou být reprezentovány různými nebo stejnými objekty, což ovlivňuje i možnosti jejich editace.

Přímka ani polopřímka není v CAD systémech obvyklým objektem, protože neumožňují pracovat s nekonečně velkými čísly. Pokud obsahuje možnost modelovat objekty přímky nebo polopřímky, jsou tyto objekty zamýšleny jako pomocné a jedná se ve skutečnosti o velmi dlouhou úsečku.

4.2 KUŽELOSEČKY

Mezi kuželosečky patří kružnice, elipsa, parabola a hyperbola. Lze je definovat analyticky, geometricky pomocí ohnisek, nebo jako řez kužele rovinou. V této kapitole disertační práce se podrobně věnuji geometrickým vlastnostem kuželoseček, jejich geometrické konstrukci a aplikaci v architektuře.

U geometrické konstrukce elipsy se v disertační práci věnuji také aproximaci elipsy pomocí čtyř oblouků (*quadrarc*), která je v architektuře často používána.

Kružnice v architektuře

Kružnice je jedna z nejstarších geometrických křivek v architektuře. Je používána jako formální tvar, případně i konstrukční prvek.

Kružnice v architektuře dle antropologických výzkumů údajně vychází z tvaru ohniště[04], v každém případě je jí prisuzován velký symbolický význam v různých kulturách. V souladu s pythagorejskou geometrií bývala považována za nejdokonalejší geometrický tvar[14]. Nejvýraznější použití je především u kultovních (Stonehenge, Anglie <cca 3500 př. Kr.>), sakrálních staveb (svatyně Atheny Pronaia, Delfy, Řecko <Theodorus z Phocaea, cca 375 př. Kr.>, románské rotundy, synagoga a židovské centrum v Tel Avivu, Izrael <Mario Botta, 1998>), náhrobcích a mauzoleích (Hadriánovo mauzoleum v Římě <139 a.d.>) a symbolech moci (Triumfální oblouk Arc de Triomphe de l'Etoile v Paříži <Jean-François-Thérèse Chalgrin, 1836>). Uplatnění našel kruhový půdorys také u obytných staveb od primitivních obydlí až po moderní vily (vila J. Mayese v Glen Ellyn, USA <Don Erickson, 1954>), u výškových staveb (Renaissance Center v Detroitu, USA <John Portman, 1977>), veřejných staveb (Gymnázium Flöha, Německo <Allmann, Sattler a Wappner, 1996>) a v dalších případech. Použití kružnice je též v detailech staveb – okna apod.

Segment kružnice, nejčastěji půlkružnice, jako nejjednodušší oblouk umožňoval stavitelům překlenout větší rozpony než architráv (tj. přímý prvek), přestože se nejedná o staticky nejvýhodnější tvar (viz tab. 1). Příklady najdeme ve starověkém Římě (např. akvadukt Pont du Garde ve Vers-Pont-du-Gard ve Francii nebo římský most přes řeku Tajo v Alcántaře ve Španělsku) nebo v románské architektuře (Kamenný most v Písku <1270>). Příklady najdeme i v dalších obdobích, od gotiky (gotická klenba je složená ze dvou segmentů kružnice) přes klacisismus až po styly 20. století (např. Pavilon A na Brněnském výstavišti měl být dle původního návrhu Josefa Kalouse zaklenut půlkruhovou klenbou). Kružnice je též tvořící křivkou kulových kopulí.

Oproti jiným křivkám (vyjma přímky) má kružnice tu geometrickou výhodu, že její křivost je ve všech bodech stejná. Její konstrukce je tedy relativně snadná, neboť lze použít identických prvků. Z tohoto důvodu bylo pro konstrukce ve tvaru kružnic nejčastěji používaným materiálem zdivo (kamenné, cihlové).

Elipsa v architektuře

Elipsa má v architektuře skromnější zastoupení než kružnice, ale její použití nabízí větší dynamičnost a jiný prostorový účinek. Elipsa v architektuře bývá často

nahrazována některou formou oválu (Colloseum v Římě <80 a.d.>; náměstí sv. Petra ve Vatikánu[14] <Gian Lorenzo Bernini, 1667>). Ovál ze čtyř oblouků byl často volen proto, že nabízí pouze dvě různé křivosti, zatímco u elipsy se křivost mění plynule. Ovál od elipsy je bez geometrické analýzy těžko rozpoznatelný.

Většího rozšíření se elipsa dočkala v baroku v sakrálních stavbách (i v detailech) a v moderní architektuře. Logickým tvarem je u stadionů, protože kombinuje tvar atletické dráhy s podmínkou dobré viditelnosti (Národní fotbalový stadion v Brně <Atelier Brno, studie 2008>). Uplatnění nachází i u dalších typologických druhů stejně jako v případě kružnice, byť v menší míře: u škol (ZŠ Křtiny <Karel Doležel a Ludmila Kramolišová, 2000>), konferenčních center (Tokyo International Forum <Rafael Viñoly, 1996>), výškových staveb (Lipstick Building v New Yorku <Philip Johnson a John Burgee, 1986>) a dalších.

Elipsa se výrazněji neobjevuje ani v konstrukční úloze jako nosný oblouk. Pouze v baroku jsou některé klenby eliptické. Eliptický průřez byl zvolen také na letišti Charlese de Gaulla v Paříži na terminálu 2E <Paul Andreu, 2004>.

Parabola v architektuře

Na rozdíl od elipsy i kružnice je parabola v architektuře především používána jako konstrukční prvek. Parabola je ideální statický tvar, pokud je konstrukce zatížena vertikálním spojitým zatížením, které je rovnoměrně rozloženo v horizontálním směru (například zatížení mostovkou) a je větší než zatížení vlastní vahou. V takovém případě jsou ohybové momenty v konstrukci nulové a konstrukce přenáší pouze tlak nebo tah. Více viz kapitola 4.3.1 Řetězovka.

Z těchto důvodů je parabola nejvíce používána u technických staveb, především u mostních konstrukcí – ať se jedná o obloukové mosty s horní či spodní mostovkou nebo o zavěšené mosty.

V konstrukční poloze se s parabolou můžeme setkat i u jiných staveb. Je použita například u kostela Kópavogskirkja na Islandu <Hörður Bjarnason a Ragnar Emilsson, 1962, obr. 1c> nebo u sportovního a kulturního centra Asphalt Green v New Yorku <Ely Jacques Kahn, 1944>, přestože v obou těchto případech by teoreticky byla vhodnější řetězovka neboť konstrukce je zatížena pouze vlastní vahou. Nejčastěji používaným materiálem je železobeton nebo ocel, jednak pro svou pevnost v tlaku/tahu, jednak pro svoji relativně snadnou tvarovatelnost.

Parabola se ve formální poloze příliš často nevyskytuje. Příkladem je budova radnice v Torontu v Kanadě <Vijlo Revell, 1965> tvořená dvěma bloky, jejichž delší fasády jsou tvořeny parabolami se společnou osou. Druhým příkladem je nerealizovaný soutěžní návrh Fakulty chemicko-technologické Univerzity Pardubice <Atelier Walter, soutěž, 2001>, kde geometrické vlastnosti paraboly vhodně doplnily tvar volné stavební parcely.

Hyperbola v architektuře

Hyperbola se v architektuře objevuje v podstatě pouze v podobě tvořících křivek rotačního hyperboloidu, např. u katedrály v Brazílii <Oscar Niemeyer, 1970>, kde jsou zvýrazněny ve formě žeber.

V jiné podobě se hyperbola neobjevuje. Půdorys nového parlamentu v Canbeře v Austrálii (Mitchell, Giurgola a Thorp, 1988) zdánlivě hyperbolu připomíná, ale jedná se spíše o oblouk kružnice s navazujícími úsečkami, konstrukci hyperboly neodpovídá ani vzdálenost obou větví křivky vzhledem k jejich zakřivení.

4.2.1 Kuželosečky v CADu

CAD systémy zpravidla obsahují nástroje pro tvorbu kružnic a elips, některé i parabol a hyperbol. Pokud tyto nelze modelovat přímo, lze použít interpolační křivku (viz kap. 4.3.5) nebo Bézierovu křivku (viz kap. 4.4.5).

4.3 DALŠÍ KŘIVKY

4.3.1 Řetězovka

Řetězovka je křivka, kterou vytvoří volně zavěšené lano (s teoreticky nulovou tuhostí), které je zatíženo pouze vlastní vahou. Je velmi podobná parabole, viz dále.

Geometrická konstrukce řetězovky je v disertační práci zpracovaná dle Lockwooda[15].

Řetězovka v architektuře

Řetězovka je v architektuře používána pouze jako konstrukční prvek. Konstrukce ve tvaru řetězovky je namáhána pouze na tah nebo tlak, pokud je zatížena pouze vlastní vahou (tzn., že není zatížena větrem, sněhem nebo další konstrukcí). Pro tuto svoji vlastnost je využívána k zastřešení velkých prostorů – např. hangár v Orly u Paříže (Eugene Freyssinet, 1923, zničeno koncem druhé světové války) nebo Pávilon A na Brněnském výstavišti (Josef Kalous, Jaroslav Valenta, 1928). Statických vlastností řetězovky využívá i monumentální památník Gateway Arch v St. Louis, USA (Eero Saarinen, 1966).

Řetězovka je použita i u konstrukce budovy FED v Minneapolis, USA (Gunnar Birkerts, 1973). Hlavní nosný oblouk má tvar řetězovky, přestože pro zatížené lano (budova je vlastně mostem) je vhodnější parabola. Původní plány obsahovaly ještě šestipatrovou nástavbu s nosníkem ve tvaru obrácené řetězovky (obr. 1a)[01].

Ze statických vlastností řetězovky je patrné, že její tvar přebírají i prosté zavěšené mosty jako např. lávka pro pěší v Brně-Komíně (Dopravní stavby Brno, 1985).


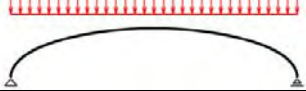

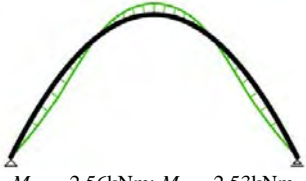

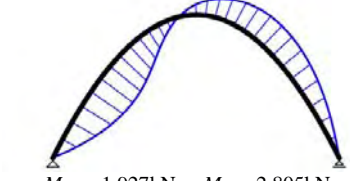
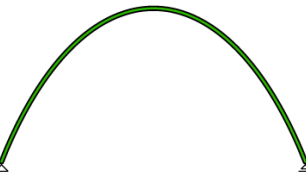

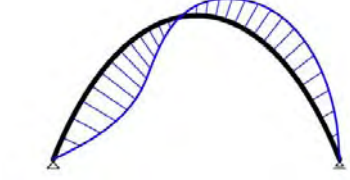
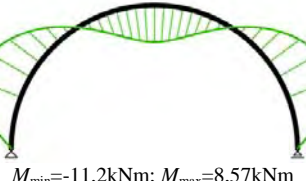
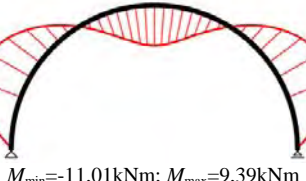
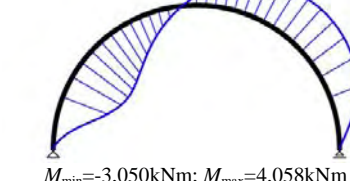


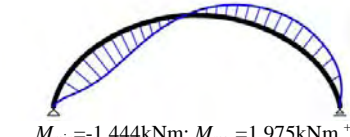
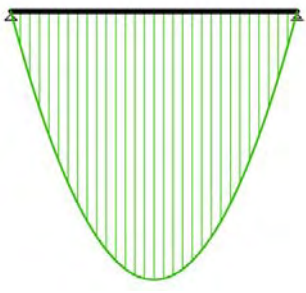
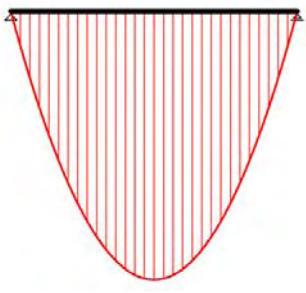

Řetězovka vs. parabola

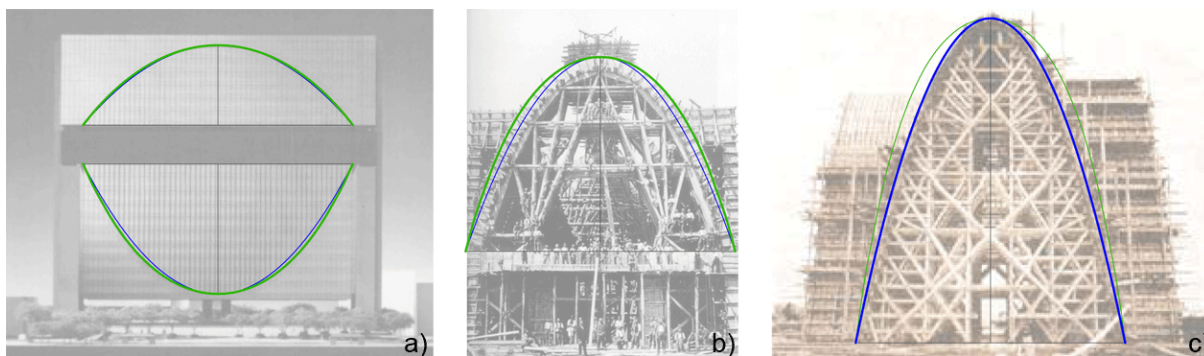
Řetězovka je parabole velmi podobná, bez geometrického rozboru jsou od sebe obě křivky obtížně nerozeznatelné. Na obr. 1 je geometrický rozbor budovy FED v Minneapolis (řetězovka), Pávilonu A na Brněnském výstavišti (řetězovka) a kostela Kópavogskirkja (parabola).

Z teoretického hlediska řetězovka nejlépe přenáší vlastní zatížení a parabola vertikální spojitě zatížení, které je rovnoměrně rozloženo v horizontálním směru (např. mostovkou)[03] (při těchto zatíženích přenáší pouze tah nebo tlak, nevznikají ohybové momenty). V tab. 1 je porovnání vnitřních sil při různých zatíženích pro řetězovku, parabolu, kružnici, sinusoidu a cykloidu.

Z tohoto hlediska je zajímavá volba řetězovky u budovy FED i volba paraboly u kostela Kópavogskirkja.

tab. 1 Vliv tvaru obloukového nosníku na průběh ohybových momentů M

zatížení	vlastní vahou 5kNm^{-1} ^{*)}	vertikální 5kNm^{-1} ^{**)}	horizontální (větre) $0,5\text{kNm}^{-1}$ ^{***)}
sinusoida	 $M_{\min}=-5,61\text{kNm}; M_{\max}=5,54\text{kNm}$	 $M_{\min}=-2,32\text{kNm}; M_{\max}=2,54\text{kNm}$	 $M_{\min}=-1,716\text{kNm}; M_{\max}=2,534\text{kNm}$
parabola	 $M_{\min}=-2,56\text{kNm}; M_{\max}=2,53\text{kNm}$	 $M_{\min}=0\text{kNm}; M_{\max}=0\text{kNm}$	 $M_{\min}=-1,927\text{kNm}; M_{\max}=2,805\text{kNm}$
řetězovka	 $M_{\min}=0\text{kNm}; M_{\max}=0\text{kNm}$	 $M_{\min}=-1,99\text{kNm}; M_{\max}=2,28\text{kNm}$	 $M_{\min}=-2,158\text{kNm}; M_{\max}=3,050\text{kNm}$
kružnice	 $M_{\min}=-11,2\text{kNm}; M_{\max}=8,57\text{kNm}$	 $M_{\min}=-11,01\text{kNm}; M_{\max}=9,39\text{kNm}$	 $M_{\min}=-3,050\text{kNm}; M_{\max}=4,058\text{kNm}$
cykloida	 $M_{\min}=-7,64\text{kNm}; M_{\max}=5,49\text{kNm}$	 $M_{\min}=-8,03\text{kNm}; M_{\max}=6,06\text{kNm}$	 $M_{\min}=-1,444\text{kNm}; M_{\max}=1,975\text{kNm}^{+)}$
přímý nosník	 $M_{\min}=0\text{kNm}; M_{\max}=62,50\text{kNm}$	 $M_{\min}=0\text{kNm}; M_{\max}=62,50\text{kNm}$	 $M_{\min}=0\text{kNm}; M_{\max}=0\text{kNm}^{++)}$
poznámky	<p>^{*)} byl zvolen průřez 400x500mm z betonu B12,5</p> <p>^{**)} vertikální zatížení bylo simulováno bodovým zatížením 5kN v uzlech</p> <p>^{***)} měřítko vykreslení ohybových momentů v tomto sloupci je 10×zvětšeno</p> <p>⁺⁾ cykloida má menší vzepětí a tedy menší zatížení větrem</p> <p>⁺⁺⁾ trám není větrem v podélné ose zatížen</p> <p>oblouky jsou kloubově uloženy; rozpětí oblouků je 10m, pro účely výpočtů byly křivky nahrazeny lomenou čarou tak, že horizontální vzdálenost uzlů byla 1/3 m; výpočty provedeny programem IDA NEXIS 32 a vykresleny v AutoCADu</p>		



obr. 1 Analýza řetězovky a paraboly u realizovaných staveb

Na obrázcích je proložena řetězovka (zelená čára) a parabola (modrá čára) vždy vrcholem a oběma konci křivky.

- a) Federal Reserve Bank: analyzován je model ze studie včetně nerealizované vrchní části stavby; pro obě nosné konstrukce vyhovuje lépe řetězovka.
 b) Pavilon A: analyzována je fotografie z výstavby; tvaru oblouku lépe vyhovuje řetězovka.
 c) Kópavogskirkja: analyzována je fotografie z výstavby; tvaru oblouku lépe vyhovuje parabola.

4.3.2 Sinusoida

Sinusoida je grafem trigonometrické funkce sinus. Sinusoidu lze popsat jako kolmý průmět bodu, který se pohybuje konstantní rychlostí po kružnici, na přímku, která se pohybuje konstantní rychlostí ve směru promítání. V třírozměrném prostoru je sinusoida rovnoběžným kolmým průmětem šroubovice (na průmětnu rovnoběžnou s osou šroubovice).

Sinusoida v architektuře

Sinusoida je kolmým průmětem šroubovice, tedy v architektuře ortogonálním pohledem na točitou rampu nebo schodiště.

Sinusoida je řídicí křivkou konoidu, který použil Antoni Gaudí i Cornet na fasádě i střeše školní budovy přičleněné ke chrámu Sagrada Familia v Barceloně <1909, obnova 2002>[25].

V soudobé architektuře je sinusoida občasnou inspirací, ale je v různé míře modifikována. U půdorysu nové budovy úřadů regionu Lombardia v Miláně v Itálii <Henry N. Cobb, 2010> nebo fasády polyfunkční budovy Květák v Uherském hradišti <Svatopluk Sládeček, 2006> je nahrazena segmenty kružnice[22].. Na fasádě budovy Vysočanská brána v Praze <fasáda Petr Bílek a Martin Hradečný, 2009> je sinusoida „ohnuta“ kolem obvodu budovy[05].

4.3.3 Spirály

Spirály jsou rovinné křivky, které vzniknou jako trajektorie bodu pohybujícího se po přímce, která se souběžně otáčí kolem jednoho svého bodu s konstantní úhlovou rychlostí. Prostorová spirála vznikne, pokud je tato přímka zároveň tažena po jiné řídicí křivce (tj. prostorově se otáčí spolu s její tečnou). Rovina rotace přímky se zpravidla volí kolmá na tečnu řídicí křivky, rychlost tažení je zpravidla rovnoměrná.

Nejjednoduššími spirálami jsou Archimédova spirála, kuželová spirála a šroubovice. Kromě těchto spirál se v disertační práci zabývám ještě spirálou logaritmickou. Existuje i řada dalších spirál, jako např. concho spirála, sférická

spirála a další[24]. Spirála je poměrně obecný pojem a lze jím označit i křivky s jiným geometrickým popisem, např. evolventu kružnice (kap. 4.3.4).

Kuželová spirála, Archimédova spirála a šroubovice

Kuželová spirála je trajektorie bodu pohybujícího se konstantní rychlostí po přímce, která se otáčí kolem vlastního bodu a ten se současně pohybuje konstantní rychlostí po přímce kolmé na rovinu rotace (po ose spirály).

Archimédova spirála je zvláštním případem kuželové spirály, kdy se střed rotace přímky nepohybuje. Jedná se o rovinnou křivku.

Šroubovice je záznam pohybu, který vznikne složením pohybu bodu po kružnici a jeho rovnoměrného pohybu kolmo k rovině této kružnice. Šroubovice je prostorová křivka. Šroubovice je zvláštním případem kuželové spirály.

Logaritmická a zlatá spirála

U logaritmické spirály tvořící bod exponenciálně zrychluje po otáčející se přímce [24]. Logaritmická spirála je rovinná. Spirála bývá též označována jako stejnoúhelná (equiangulární)[15], protože tečna v každém bodě a průvodič tohoto bodu svírají stejný úhel.

Zlatá spirála je zvláštním případem logaritmické spirály, která prochází vrcholy čtverců, zvětšujících se v poměru zlatého řezu [24].

Spirály v architektuře

Spirála se v architektuře objevuje především na různých točitých schodištích a rampách, nejčastěji v podobě šroubovice (dobře jsou viditelné například na dřevěném schodišti na zámku v Lednici), ale i jiných spirál (např. rampa uvnitř kopule Reichstagu v Berlíně <Norman Foster, 1999>, rampy Londýnské radnice <Norman Foster, 2002>, spirála schodiště rozšíření Německého historického muzea v Berlíně <Jeoh Ming Pei, 2002> nebo rampa prospaná do exteriéru Guggenheimova Muzea v New Yorku <Frank Lloyd Wright, 1959>).

V nemnoha případech byla architektům spirála inspirací i pro formální tvar budovy, jako např. známého návrhu Věže III. internacionály v Moskvě <Vladimir J. Tatlin, 1919> nebo u Spiral Cafe v Birminghamu v Anglii <Marks Barfield Architects, 2004>, kde je zlatá spirála tvořící přímkou kroucené plochy.

4.3.4 Cyklické křivky

Cyklické křivky jsou trajektorie pevného bodu křivky (případně v pevném vztahu k ní), která se valí po jiné křivce.

Mezi cyklické křivky patří především ortocykloidy, epicykloidy a evolventy, jako zvláštní případy lze získat i elipsu a řetězovku.

Cyklické křivky v architektuře

Cyklické křivky se v architektuře objevují velmi zřídka (kromě elipsy a řetězovky). Příkladem je Kimbell Art Museum ve Fort Worth <Louis Kahn, 1972>, kde je použita k zaklenutí válcová plocha, jejíž tvořící křivkou je základní ortocykloida[02].

4.3.5 Další křivky v CADu

Obecně CAD systémy neumožňují zadávání libovolných parametricky nebo geometricky zadaných křivek.

Křivku lze zadat pomocí některých jejích bodů, kterými je proložena interpolační křivka (viz kapitola 4.4.5). Tato křivka nebude zcela odpovídat hledané křivce, při použití dostatečného počtu bodů ale bude odchylka velmi malá. Zpracování velkého množství bodů ale může být příliš náročné na výkon počítače.

Obecně jsou dvě možnosti, jak body křivky vynést:

- Je znám geometrický způsob.
- Jsou známy parametrické rovnice křivky. V tomto případě lze postup automatizovat pomocí tabulkového procesoru a tzv. řádkových skriptů (souslednosti příkazů CAD programu uložené v textovém souboru).

Některé křivky mohou být v některých programech podporovány přímo, například některé spirály v AutoCADu nebo Rhinoceru.

4.4 KŘIVKY VOLNÝCH TVARŮ

Od ruky nebo křivítkem lze nakreslit libovolnou empirickou či geometrickou křivku. U syntetické geometrie zpravidla stačí obraz takovéto křivky, a aniž by bylo známo, jak přesně je definovaná, lze s ní dále pracovat. Při zpracování v počítači však musí být analyticky definována. Empirické a geometrické křivky se v tomto případě popisují přibližně pomocí tzv. křivek volných tvarů (*free-form curves*).

Pomocí pokročilých matematických modelů volných křivek je zároveň možné popsat i některé základní geometrické křivky přesně, jako např. lomené čáry, mnohoúhelníky nebo kuželosečky. Křivky volných tvarů lze použít i k přibližnému modelování složitějších algebraických křivek.

Křivky volných tvarů se definují pomocí takzvaných řídicích bodů (lze se setkat i s pojmem „řídicí polygon“, což je lomená čára, jejíž vrcholy jsou v řídicích bodech) a matematického modelu, který určuje, jakým způsobem tyto body výslednou křivku ovlivňují.

Podle matematického modelu můžeme křivky rozdělit do dvou skupin:

- **interpolační křivky** – křivka prochází řídicími body; nejpoužívanější je spline křivka složená z Fergusonových kubik;
- **aproximační křivky** – křivka nemusí procházet řídicími body, pouze sleduje tvar řídicího polygonu; v počítačové grafice se používají Bézierovy křivky, v CAD systémech neuniformní racionální B-spline (NURBS) křivky.

Obecně nelze libovolnou křivku těmito modely popsat zcela přesně. Při použití většího množství řídicích bodů ale lze dosáhnout dostatečné přesnosti.

V disertační práci se zabývám pouze nejpoužívanějšími matematickými modely.

4.4.1 Interpolační křivky

Obecně je možné $n+1$ body proložit polynomiální křivku n -tého stupně [12] (tj. křivku, jejíž parametrické rovnice jsou polynomy n -tého stupně $B(t) = a_n t^n + a_{n-1} t^{n-1} + \dots + a_2 t^2 + a_1 t + a_0$), nejedná se však o jednoznačné určení ($n+1$

body lze proložit nekonečně mnoho křivek n -tého stupně). Proto je nutné zadávat ještě další, tzv. okrajové podmínky, například tečny, křivost apod.

V praxi se nejčastěji používají křivky třetího stupně (kubiky), nejvýše pátého stupně[12]. Nevýhodou použití křivek vyšších stupňů je vyšší nárok na výkon počítače a také ta vlastnost, že poloha každého bodu ovlivňuje průběh celé křivky.

Z těchto důvodů se křivky, u kterých potřebujeme více řídicích bodů, skládají po částech z křivek nižších stupňů. Takovéto křivky se nazývají spline křivky (z anglického slova označující pružné křivítko).

Nejčastěji jsou takto označovány interpolační křivky složené po částech z křivek třetího stupně (kubik). Kubiky lze místo čtyř řídicích bodů a dalších okrajových podmínek jednoznačně určit také dvěma krajními body a tečnými vektory v těchto bodech a lze je tedy snadno navazovat. Takto zadané kubiky se nazývají Fergusonovy.

Kubická spline křivka může být v různých grafických programech odlišná, protože existuje více způsobů automatického výpočtu tečných vektorů u vnitřních řídicích bodů.

4.4.2 Bézierovy křivky

Bézierovy křivky jsou dány řídicími body a matematickým modelem, který určuje průběh křivky. Jedná se o aproximační křivky, křivka zadanými řídicími body neprochází. Pokud je jednotlivým řídicím bodům přiřazena rozdílná „váha“ (racionální číslo w_i), jedná se o racionální Bézierovy křivky, v opačném případě mohou být označeny jako neracionální.

Racionální Bézierova křivka n -tého stupně

$$B(t) = \frac{\sum_{i=0}^n P_i w_i R_i^n(t)}{\sum_{i=0}^n w_i R_i^n(t)},$$

kde $t \in \langle 0,1 \rangle$

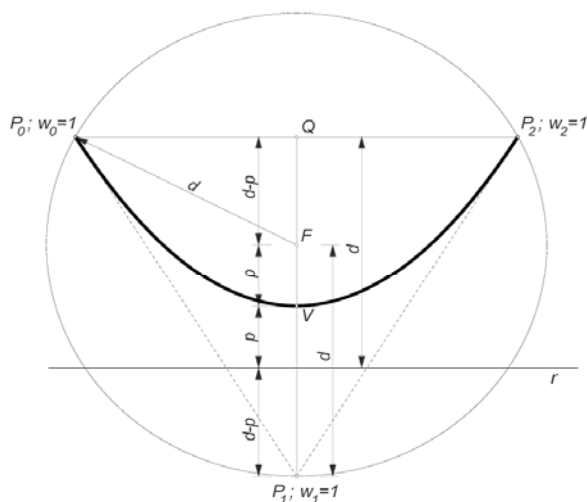
P_i jsou řídicí body křivky,

w_i jsou váhy těchto bodů a

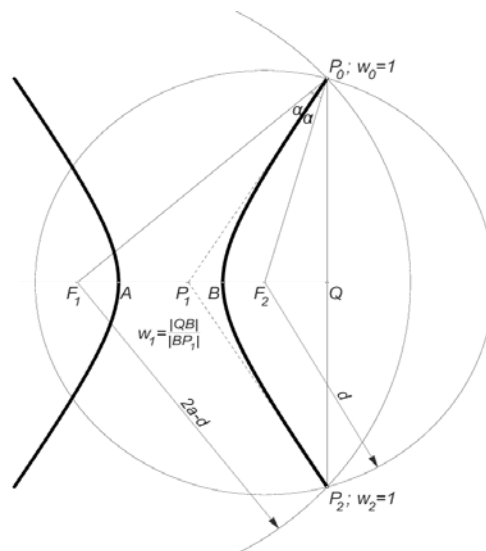
$R_i^n(t)$ jsou Bernsteinovy polynomy n -tého stupně[19].

Vyjádření tohoto polynomu pro vyšší stupeň než tři (tj. více řídicích bodů než čtyři) je poměrně složité a hlavně výpočetně náročné. Křivky vyšších stupňů mají pro modelování ještě jednu podstatnou nevýhodu – při změně jednoho řídicího bodu se změní průběh celé křivky. Proto se křivky s větším počtem řídicích bodů zpravidla skládají z Bézierových křivek třetího stupně (kubických).

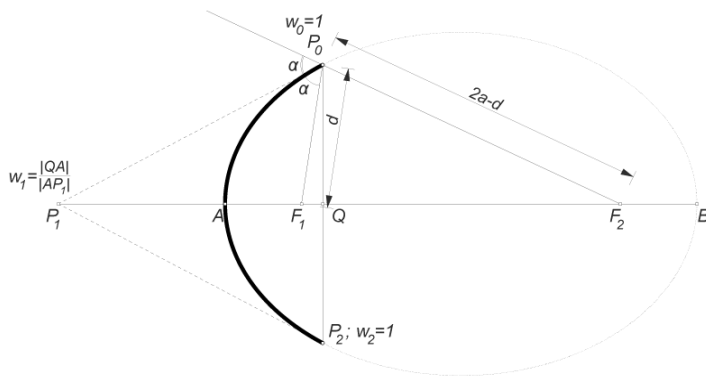
Lineární Bézierova křivka je úsečka. Kvadratická neracionální Bézierova křivka je segment paraboly, racionální je segment libovolné kuželosečky. Této skutečnosti lze využít ke konstrukci kuželoseček v CAD programech. Geometrické konstrukci kuželoseček pomocí Bézierových křivek jsem v disertační práci věnoval samostatnou kapitolu, závěry jsou shrnuty na obr. 2.



a) Parabola zadaná ohniskem F a parametrem p .
Vzhledem k tomu, že parabola má $w_1=1$, není nutné konstruovat tečny.



b) Hyperbola zadaná ohnisky F_1 a F_2
a velikostí hlavní osy $2a$



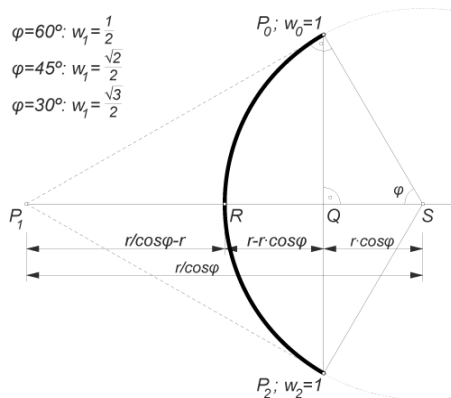
c) Elipsa zadaná ohnisky F_1 a F_2 a velikostí hlavní osy $2a$. Úhel $QSP_0 \in (0^\circ, 90^\circ)$.

$$w_1 = \frac{|QR|}{|RP_1|} = \frac{r-r\cos\varphi}{r\cos\varphi-r} = \cos\varphi$$

$$\varphi = 60^\circ: w_1 = \frac{1}{2}$$

$$\varphi = 45^\circ: w_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\varphi = 30^\circ: w_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$



d) Kružnice zadaná středem S a poloměrem r .
Z obrázku je patrné, že v případě kružnice je $w_1 = \cos\varphi$.

obr. 2 Kuželosečky jako Bézierova křivky v CADu

Jak je uvedeno výše v textu o obecné Bézierově křivce, v praxi se příliš nepoužívají křivky vyššího stupně než 3. Potřebujeme-li použít více řídicích bodů, skládáme křivku po částech, nejčastěji z kubik. Křivku složenou po částech z Bézierových kubik lze považovat za interpolační spline křivku, pokud je zajištěna C^1 spojitost. Lze dokázat, že Bézierova a Fergusonova kubika jsou totožné křivky. Protože u Fergusonových kubik jsou zadány přímo tečné vektory, jsou výhodnější pro automatické výpočty těchto vektorů u vnitřních řídicích bodů, Bézierovy kubiky jsou vhodnější pro zadání těchto vektorů uživatelem.

4.4.3 B-spline křivky

B-spline křivky jsou zobecněním Bézierových křivek[24], které umožňuje zvýšit počet kontrolních bodů, aniž by se zvýšil stupeň křivky. B-spline křivky jsou dány řídicími body, stupněm křivky, uzlovým vektorem a matematickým modelem

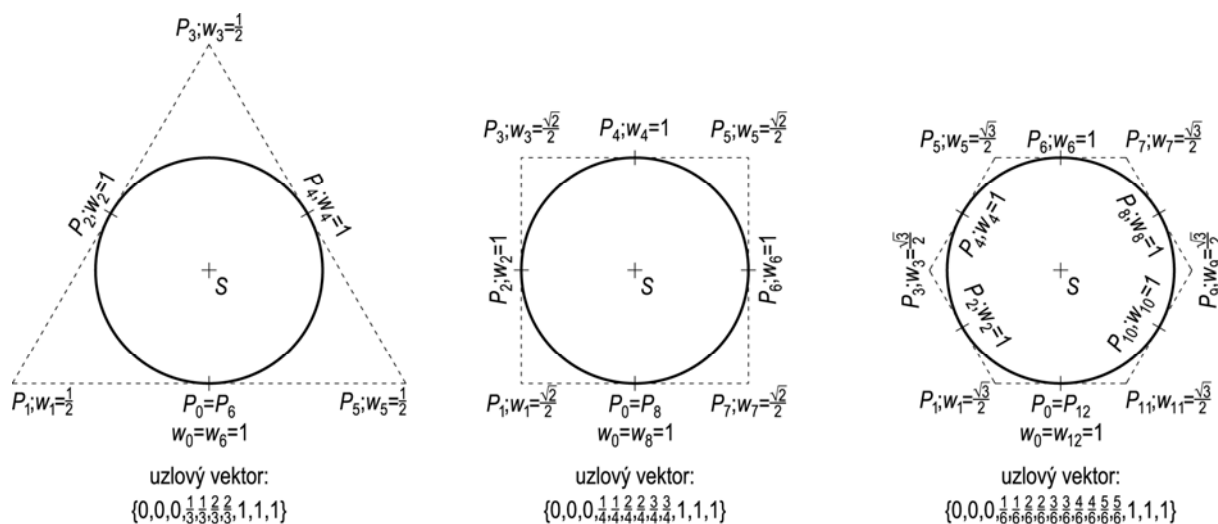
určujícím průběh křivky. Jednotlivým faktorům se v disertační práci věnuji podrobně. Interaktivní příklady b-spline křivek vytvořené k disertační práci jsou dostupné online na adrese <http://geometrie.foretnik.net>.

NURBS křivky

NURBS je zkratka z anglického *Non-uniform rational B-spline* (neuniformní racionální B-spline křivky). Jedná se o stejné rozšíření jako u racionálních Bézierových křivek, kde každému bodu je přiřazena jeho „váha“.

Vlastnosti NURBS křivek:

- lze zvýšit stupeň křivky a zároveň zachovat její geometrii (zvýší se počet řídicích bodů, jejich poloha i váha);
- zpravidla nelze snížit stupeň křivky, aniž by se změnila její geometrie;
- uživatelem vytvořené „free-form“ křivky zpravidla mají váhu všech řídicích bodů 1 (tj. jsou neracionální)[27];
- pomocí několikanásobných uzlů lze spojit dvě NURBS křivky stejného stupně se spojitostí G_0 , násobnost uzlu je rovna stupni křivky – např. lineární NURBS křivky (lomené čáry) jsou úsečky spojené v uzlech, může být i uzavřená, tj. mnohoúhelník.
- pomocí NURBS lze definovat přesně i kuželosečky – obr. 2; uzavřené kuželosečky můžeme spojit z několika částí pomocí násobných uzlů, viz obr. 3.



obr. 3 Kružnice definovaná pomocí NURBS

Tři příklady kružnice složené ze tří, čtyř a šesti segmentů tvořených kvadratickými Bézierovými křivkami spojených dvojitými uzlovými vektory. Přestože obecně kvadratická NURBS křivka má v místě dvojitých uzlů spojitost G_0 , v tomto případě je uspořádáním řídicích bodů a jejich vah zajištěna G_2 spojitost.

4.4.4 Empirické a geometrické křivky v architektuře

V historické architektuře byly zpravidla používány pouze geometrické křivky. Přestože stavitelé vytvářeli v mnohých případech (např. v baroku) stavby velmi

bohatých tvarů, jejich základem byly známé geometrické vztahy, většinou využívali kružnic a elips.

Od 19. století se začínají v architektuře objevovat i další geometrické křivky, (například kolonáda nebo věžička domku vrátného v Güellově parku v Barceloně <Antoni Gaudí i Cornet, 1914>[25]. Pokud si geometrické vztahy určí architekt, nebývají tyto křivky snadno rozeznatelné od křivek empirických.

Empirické křivky se objevují v podstatě až ve 20. století. Příkladem může být Casa Milà v Barceloně <Antoni Gaudí i Cornet, 1907>, kaple Notre Dame du Haut v Ronchampe <Le Corbusier, 1954> nebo vlastní dům Oskara Niemeyera Casa das Canoas v Rio de Janeiru v Brazílii <1953>.

Rozkvět křivek volných tvarů nastává s nástupem výpočetní techniky. Matematické modely popsané v kap.4.4 umožňují snadný návrh hladkých křivek (potažmo ploch) a pomocí CAM (počítačem řízená výroba) umožňují rovněž jejich realizaci. Určité omezení realizace znamenají dostupné stavební materiály.

Další příklady v této kapitole jsou voleny tak, aby na nich byly co nejlépe patrné křivky. Jedná se o takové stavby, kde je použito válcových ploch (tj. jednosměrně zakřivených), nebo kde jsou přiznané nosníky empirických a geometrických tvarů. Jednosměrné zakřivení oproti dvousměrně zakřiveným plochám materiálové řešení zjednodušuje.

Výhodná pro tyto konstrukce je ocel. Lze ji (jednosměrně) ohýbat nebo strojově řezat do libovolných tvarů. U konstrukce střechy centra Paula Klee v Bernu ve Švýcarsku <Renzo Piano, 2005> jsou nosníky ze svařovaných I profilů a vlastní plocha střechy je z hliníkových profilovaných tabulí[16].

Pylon Mariánského mostu v Ústí nad Labem <Roman Koutský, Šárka Malá, Milan Komínek, 1998> je rozdělen horizontálně na díly o výšce 2,5m, jejichž výroba probíhala v ocelárně na šablonách připravených pouze pro tento účel a posléze byly svařovány na staveništi. Pylon je uzavřený profil s vnitřními svislými a vodorovnými výztuhami[13].

Podobné tvarové možnosti nabízí lepené dřevo. Lepené nosníky vyhlídky Kupla v Helsinkách <Avanto Arkkitehdit, 2002> byly sestavovány do požadované křivosti a torze na místě stavby ze sedmi předformovaných typů dílců[09].

Rovněž vazníky zastřešení terminálu letiště Oslo-Gardermoen v Norsku <Aviaplan, 1998> jsou z lepeného dřeva. Vzhledem k velkému rozponu jsou v tomto případě odlehčené – jedná se v podstatě o příhradové vazníky, které jsou opláštěné.

Válcové plochy umožňují relativně snadnou realizaci ze železobetonu. Bednění válcové plochy lze vyskládat z prken. Pokud je šířka prken dostatečně malá vzhledem ke křivosti křivky, není její celková plynulost narušena. Toto je dobře patrné u vyhlídky Sohlbergplassen v Atnasjø v Norsku <Carl-Viggo Hølmebakk, 2006>. Druhou možností je použít prvky bednění jednosměrně zakřivené (např. z plechových dílců nebo z dílců z lepeného dřeva).

Sklo nabízí víceméně stejné možnosti řešení. Je možné buď křivku dělit na malé úsečky (Národní technické knihovny v Praze <Projektíl architekti, 2009>) nebo použít zakřivená skla (Palác Euro v Praze <DaM, 2002>). Pokud mají být některé

části otevírané, je nutné použít větší rovné plochy. V tomto případě se používá druhá vnější fasáda, která vytváří plynulost křivky.

Vnější fasáda Informačního, komunikačního a mediálního centra Brandenburské technické univerzity v Chotěbuzi v Německu (Herzog & de Meuron, 2004) je poskládána z větších tabulí skla. Jejich velikost je v poměru ke křivosti zvolena tak, že výsledný vzhled křivky je hladký. Geometrie této fasády připomíná křivky volných tvarů, je však poskládána pouze ze segmentů kružnic různých poloměrů[10]. Tak jako u jiných křivek aproximovaných kružnicemi je zde výhodou konstantní křivost ve větších úsecích, nevýhodou je pouze G1 spojitost v napojení oblouků.

4.4.5 Křivky volných tvarů v počítačové grafice

Moderní CAD systémy zpravidla umožňují vynášení křivek volných tvarů, aproximačních nebo interpolačních.

AutoCAD podporuje b-spline křivky pomocí objektů *polyline* a NURBS křivky pomocí objektů *spline*. Rhinoceros používá k definici všech křivek (tj. i lomených čar a kuželoseček) NURBS křivky (objekt *curve*). Jak Rhinoceros, tak AutoCAD podporují také interpolační křivky. Ty jsou po vytvoření definovány jako NURBS křivky a jsou dopočítány jejich řídicí body.

Křivky volných tvarů používají i jiné grafické programy. Kvadratickou Bézierovu křivku využívají fonty TrueType, kubickou Bézierovu křivku využívá grafický formát PostScript. Spline křivky složené z Bézierových kubik jsou používány v grafických editorech Adobe Illustrator a CorelDRAW, ale také u objektů v rastrovém editoru Adobe Photoshop nebo v textovém editoru Microsoft Word.

5 MODELOVÁNÍ PLOCH

Plocha je dvourozměrná množina bodů v Euklidovském prostoru. Lze u ní vyjádřit plochu, nelze vyjádřit objem.

Plochu můžeme popsat jako spojitý pohyb křivky v prostoru s případnou spojitou transformací (rotace, změna měřítka i tvaru) podle daných geometrických pravidel (více kap. 5.1).

V úvodu kapitoly se věnuji vlastnostem ploch – analytickému zápisu, dělením ploch, isočarám, průsečíkům, ořezávání ploch, tečné rovině, normále, spojitosti, křivosti, rozdělení bodů plochy a orientaci ploch. Řada vlastností ploch je analogická k vlastnostem čar.

Plochy v CADu:

3D CAD systémy umožňují práci s plochami. Možnosti reprezentace ploch jsou následující:

- Pomocí geometrických vlastností plochy – tj. typem plochy (rovinná, translační, tažená, rotační, volná ap.), rozměry definujících útvarů (křivek, bodů) a případně dalšími hodnotami. Více viz kap. 5.1. Tento způsob využívá AutoCAD (od verze 2007, objekt *surface*).

- Pomocí aproximačních nebo interpolačních ploch (tzv. volných ploch), tj. pomocí řídicích bodů. Více viz kap. 5.2. V současnosti nejlepší je reprezentace NURBS plochami. Tento způsob používá Rhinoceros (objekt *surface*).
- Pomocí polygonální sítě (*mesh*). Více viz kap. 5.3. Tento způsob je využíván jako univerzální pro výměnu mezi různými CAD systémy. Pro svoji výpočtovou nenáročnost je používán také pro zobrazování – rendering. Možnosti editace takto definovaných ploch jsou velmi omezené. Práci s nimi umožňuje (v různé míře) jak AutoCAD, tak Rhinoceros.

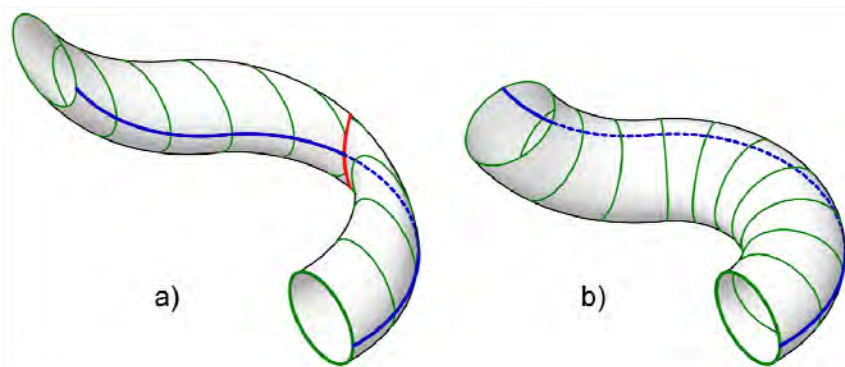
5.1 GEOMETRICKÉ MODELOVÁNÍ 3D PLOCH

U geometrického modelování ploch jsou plochy určeny pohybem tvořících křivek (profilů, „řezů“ plochy) po řídicích křivkách (trajektoriích) za určení dalších podmínek – rovnoběžnost, rotace, změna měřítka nebo tvaru profilu ap. Řadu ploch lze definovat více způsoby: např. šroubové plochy jako plochy tažené nebo kroucené, kuželové plochy jako tažené (rotační) nebo translační s proměnným profilem.

tab. 2 Přehled geometricky definovaných ploch

plochy	podmínky pohybu							speciální případy
	jedna řídicí křivka	druhá řídicí křivka	rovnoběžný pohyb	rotace podle tečny řídicí křivky	rotace kolem tečny řídicí křivky	změna měřítka profilu	změna tvaru/nestejněměrná změna měřítka profilu	
translační plochy (vytažené plochy, <i>extruded surfaces</i>)	✓	×	✓	×	×	×	×	válcové plochy (řídicí křivka je přímka) hyperbolický paraboloid
translační plochy s proměnným profilem	✓	×	✓	×	×	✓	○	kuželové plochy (řídicí křivka je přímka) klínové plochy
tažené plochy (<i>swept surfaces</i>)	✓	×	×	✓	×	×	×	rotační plochy (řídicí křivka kružnice) šroubové plochy (řídicí křivka šroubovice) rourové plochy (tvořící křivka kružnice v normálové rovině řídicí křivky)
tažené plochy s proměnným profilem	✓	×	×	✓	×	×	○	kanálové plochy (rourové plochy, u kterých se plynule mění poloměr kružnice)
tažené plochy se dvěma řídicími křivkami	✓	✓	×	✓	×	✓	○	přímkové (tvořící křivka je přímka) pseudorotační plochy (jedna z řídicích křivek je bod)
kroucené plochy (<i>twisted surfaces</i>)	✓	×	×	✓	✓	✓	○	šroubové plochy (řídicí křivky jsou přímky) Möbiovy proužky (řídicí křivka kružnice, tvořící křivka je přímka)
Poznámka: ○ změna tvaru a/nebo nestejněměrná změna měřítka je možná								

Pro tento způsob neexistuje jednotná terminologie. Např. některé zdroje uvádějí termín šablonování (*sweeping*) pro všechny geometricky modelované objekty[12], jiné pouze pro tažené plochy[11]. Stejně tak se setkáme s různou terminologií v různých CAD programech, viz kap. 5.1.3. V disertační práci jsem se snažil terminologie utřídit s přihlédnutím k české terminologii používané v deskriptivní geometrii[21].



obr. 4 Porovnání translační a tažené plochy

Na obrázku jsou dvě plochy, které mají stejnou řídící (modrá čára) a tvořící (zelená) křivku, v případě a) je ovšem tvořena translací a v případě b) tažením.

5.1.1 Translační plochy

Translační plochy vznikají rovnoběžným pohybem tvořící křivky (profilu) podél řídící křivky (trajektorie). Po řídící křivce se vždy pohybuje fixní bod *B* tvořící křivky. Ostatní body tvořící křivky opíší rovnoběžné a shodné křivky s řídící křivkou. Řídící a tvořící přímka mohou být zaměněny.

Jako translační plochy mohou být definovány především: rovina, rotační válcová plocha, obecná válcová plocha a hyperbolický paraboloid. Jako translační plocha s proměnným profilem mohou být definovány především kuželové a klínové plochy.

Translační plochy v architektuře

Translační plochy mají v architektuře časté uplatnění. Jejich výhodou je fakt, že jak všechny tvořící, tak všechny řídící křivky jsou shodné a výroba takto tvarovaných stavebních prvků je jednoduchá.

K zastřešení se nejčastěji používají plochy válcové (řídící křivkou je přímka). Takto je zastřešen například Pavilon V na Brněnském výstavišti <Jaroslav Dokoupil, 2000> nebo terminál letiště Oslo-Gardermoen v Norsku <Aviaplan, 1998>.

Dorton Arena v Raleigh v USA <Maciej Nowicki a William Henley Dietrick, 1952> je zastřešena hyperbolickým paraboloidem, konstrukčně je využito skutečnosti, že se jedná o translační plochu parabolicko-parabolickou a obě osnovy jsou tvořeny (jak nosná, tak vypínací) taženými lany. (Železobetonové skořepiny stejného tvaru při konstrukci bednění naopak využívají skutečnosti, že se jedná o přímkovou plochu.)

Válcové plochy se běžně používají také u svislých stavebních konstrukcí.

5.1.2 Tažené plochy

Tažené plochy vznikají pohybem tvořící křivky (profilu) podél řídicí křivky (trajektorie), přičemž tvořící křivka se plynule otáčí spolu s tečnou řídicí křivky.

Zobecněním tažených ploch jsou tažené plochy s proměnným profilem, tažené plochy se dvěma řídicími křivkami a kroucené plochy.

Jako tažené plochy lze definovat také rotační plochy, šroubové plochy a většinu přímkových ploch (těmto plochám se v disertační práci věnuji podrobně v samostatných kapitolách). Dalšími speciálními taženými plochami jsou pseudorotační plochy, rourové plochy a kanálové plochy.

Tažené plochy v architektuře

Kromě rotačních, šroubových a přímkových ploch se tažené plochy objevují až v moderní architektuře.

U ploch tažených s jednou řídicí křivkou (nejen rotačních) lze konstrukčně využít té vlastnosti, že tvořící křivka (profil) se nemění.

Ostatní tažené plochy (s proměnným profilem) mají z hlediska realizace stejnou nevýhodu jako plochy empirické – proměnnou křivost ve dvou různých směrech. V mnoha případech, pokud neznáme geometrická pravidla (např. z dokumentace), je od empirických ploch ani nelze snadno rozlišit.

Příklady některých tažených ploch v architektuře:

- tažená plocha s konstantním profilem (pravděpodobně rotační) terminálu 2F na letišti Charlese de Gaulla ve Francii <Paul Andreu, 1999>;
- rourová plocha fontány u budovy Cité des Sciences et de l'Industrie v Paříži <Adrien Fainsilber, 1986>;
- plocha tažená se dvěma řídicími přímkami s proměnným profilem na opláštění budovy ARCAM v Amsterdamu <René van Zuuk, 2003>;
- pseudorotační plochy na skořepinách původního vítězného návrhu na budovu opery v Sydney <Jørn Utzon, 1973> a na skořepině střechy koncertní haly na Tenerife <Santiago Calatrava, 2003>.

Rotační plochy v architektuře

Rotační plochy byly a jsou používány především k zastřešení různých centrálních prostor a věží. Tvořící křivky jsou často složeny z částí kružnic (tj. plochy jsou složeny z částí kulových ploch nebo anuloidů – Taj Mahal v Indii <Usad Ahmad, 1648>) nebo částí elips (tj. rotační elipsoidy – kopule Říšského sněmu v Berlíně <Norman Foster, 1999>). Zastřešení rotační plochou nebylo používáno pouze nad půdorysem kružnice, ale i nad čtvercovým půdorysem. Přechod je geometricky řešen tzv. pantantivem, což jsou čtyři segmenty kulových ploch (viz Agia Sofia v Mýstře v Řecku <14 st.>).

Pomocí kulových ploch lze překlenout i velké rozpony, jako Pantheon v Římě <126 a.d.>, Pavilon Z na Brněnském výstavišti <Ferdinand Lederer, 1959>, nebo Biosphère v Montrealu v Kanadě <Richard Buckminster Fuller, 1967>.

Při použití kulového vrchlíku nebo poloviny kulové plochy jsou ohybové momenty v konstrukci minimální. Přesto se v architektuře objevují i větší části

kulové plochy, především z estetických a symbolických důvodů. Kromě výše zmíněné Biosphère lze jmenovat halu Globen ve Stockholmu (Berg Arkitektkontor, 1988) nebo koule Atomia v Bruselu (André Waterkeyn, 1958).

Některé další rotační plochy se uplatňují také u výškových staveb, protože jsou svým tvarem odolné vůči zatížení větrem (např. Renaissance Center v Detroitu v USA (John Portman, 1977) nebo Swiss Re (Norman Foster, 2004)).

Hlediště divadel ve starověkém Řecku lze považovat za výseče kuželových ploch (např. Divadlo v Epidauru (cca 300 př. Kr.)). Toto geometrické řešení zajišťuje vynikající akustiku a viditelnost jeviště.

Šroubové plochy v architektuře

Šroubové plochy se v architektuře objevují především u schodišť a ramp (např. pravouhlá uzavřená šroubová plocha na spodní straně schodiště v Hedmarksmuseet v Hamaru v Norsku (Sverre Fehn, 1963) nebo kosouhlá uzavřená šroubová plocha na spodní straně schodiště v pyramidě v Louvru v Paříži (Ieoh Ming Pei, 1989)).

V baroku byly oblíbeným dekoračním prvkem různé vinuté sloupky (např. Archimédova spirála Mariánského morového sloupu na Dolním náměstí v Olomouci (Václav Render, 1723)).

Ojedinele se objevují šroubové plochy i u jiných prvků současné architektury, např. kolmé otevřené šroubové plochy na fasádě výškové budovy Turning Torso v Malmö ve Švédsku (Santiago Calatrava, 2005).

Přímkové plochy v architektuře

Výhodou použití přímkových ploch je, že nosná konstrukce může být sestavena z přímých prvků.

Vlastní přímkové plochy mohou být tvořeny:

- Jednosměrně zakřivenými prvky (u rozvinutelných ploch) – např. oplechování fasády Science Centre NEMO v Amsterdamu (Renzo Piano, 1997).
- Sítí trojúhelníkových nebo čtyřúhelníkových plošek (viz mesh plochy kap. 5.3) – např.:
 - skleněné tabule zastřešení vstupu do stanice metra Abbesses v Paříži (Hector Guimard, 1910), terminálu TGV v Liège-Guillemins v Belgii (Santiago Calatrava, 2007) nebo Hamardomen v Norsku (Kjell Lund a Nils Slaatto, 1998);
 - lepené dřevo zastřešení vlastního domu Eduarda Fernanda Catalana v Raleigh v USA (1954);
 - dřevěné bednění železobetonové skořepiny Los Manantiales Restaurantu v Mexico City (Felix Candela, 1958) nebo železobetonových konstrukcí chrámu Sagrada Familia v Barceloně (Antoni Gaudí i Cornet a další, od 1882);
 - střešní krytina Štramberské trůby (Kamil Hilbert, 1903);
 - cihelné zdivo školy při Sagrada Familia (Antoni Gaudí i Cornet, 1909);
 - cihelné konstrukce kopule chrámu Santa Maria del Fiore ve Florencii (Filippo Brunelleschi, 1436).

U přímkových ploch mohou být jednotlivé konstrukční prvky v jednom směru výrazně delší než ve druhém (např. prkna).

Rozdělení pláště na jednotlivé plošky nemusí být geometricky přesné, případné mezery mohou buď zůstat volné (u provětrávaných konstrukcí) nebo jsou utěsněny. V případě přesné geometrické konstrukce je zpravidla každý použitý díl jiný.

- Dvojměrně zakřivenými prvky – např. laminátové prvky opláštění televizního vysílače na Ještědu <Karel Hubáček, 1973> nebo prvky z dalších kompozitních materiálů a plastů.

5.1.3 Geometricky definované plochy v CADu

Geometrické modelování ploch patří v CAD systémech mezi základní způsoby tvorby ploch. Zpravidla obsahují nástroje k tvorbě translačních, tažených a rotačních těles, tyto nástroje však mají rozdílné možnosti a mohou vytvářet i jiné než očekávané plochy (např. příkaz EXTRUDE s možností Path v AutoCADu vytvoří taženou plochu místo translační).

Pokud program nemá přímý nástroj k dané geometricky definované plochy, lze ručně vynést několik tvořících křivek, případně trajektorií jejich bodů a plochu nahradit interpolační plochou. Takto vymodelovaná plocha zpravidla odpovídá hledané ploše lépe, než její nahrazení taženou plochou.

5.2 REPREZENTACE PLOCH POMOCÍ VOLNÝCH PLOCH

Pro zavedení tzv. ploch volných tvarů jsou stejné důvody jako pro zavedení křivek volných tvarů (kap. 4.4). Pomocí ploch volných tvarů lze přibližně definovat libovolnou empirickou, geometrickou či algebraickou plochu. Pomocí pokročilých matematických modelů lze základní geometrické plochy, jako rovinné plochy, elipsoidy, některé rotační, translační nebo klínové plochy popsat zcela přesně.

Analogicky ke křivkám volných tvarů jsou plochy volných tvarů definovány obdélníkovým polem (sítí) řídicích bodů (nebo též „řídicím mnohostěnem“) a matematickým modelem. Podle tohoto modelu se plochy volných tvarů dělí na:

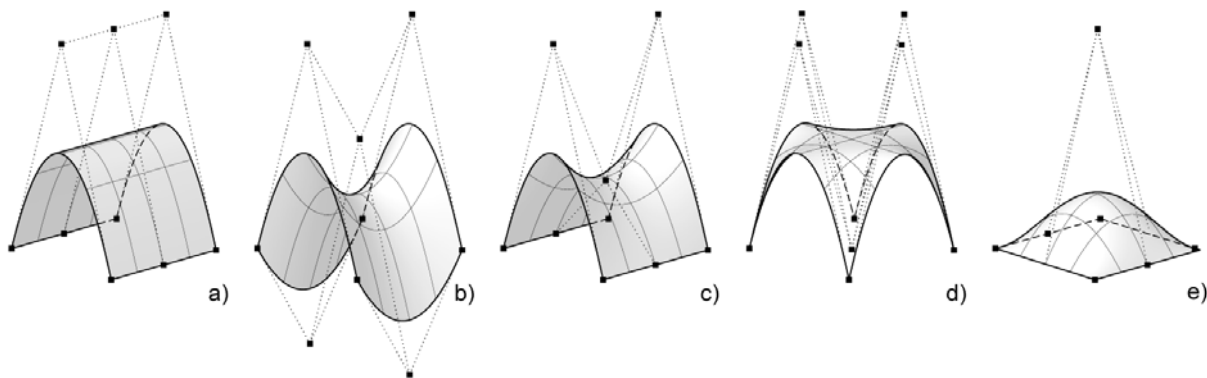
- **interpolační plochy** – plocha prochází řídicími body;
- **aproximační plochy** – plocha nemusí procházet řídicími body; dnes jsou v CAD systémech nejčastěji používány neuniformní racionální B-spline (NURBS) plochy.

Stejně jako u křivek se použitím většího množství řídicích bodů dosáhne větší přesnosti v popisu plochy.

V disertační práci se věnuji pouze plochám aproximačním, konkrétně Béziovým a NURBS plochám.

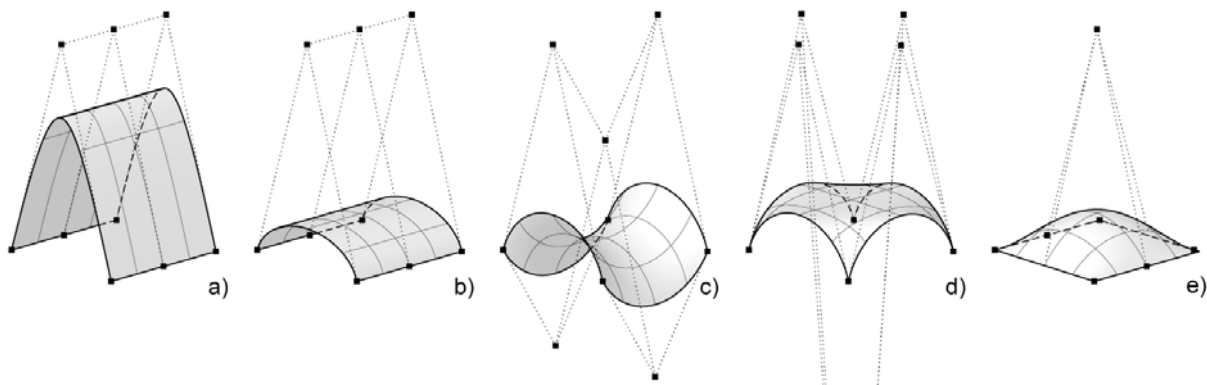
5.2.1 Béziové plochy

Zvláštní pozornost věnuji bi-lineárním a bi-kvadratickým (racionálním) Béziovým plochám, pomocí kterých lze definovat některé geometricky definované plochy přesně (především rovinu, hyperbolický paraboloid, kuželosečkové translační, klínové a rotační plochy, viz obr. 5, 6 a 7). Jejich geometrické konstrukci se v disertační práci věnuji podrobně, zde jako příklad uvádím pouze obr. 8.



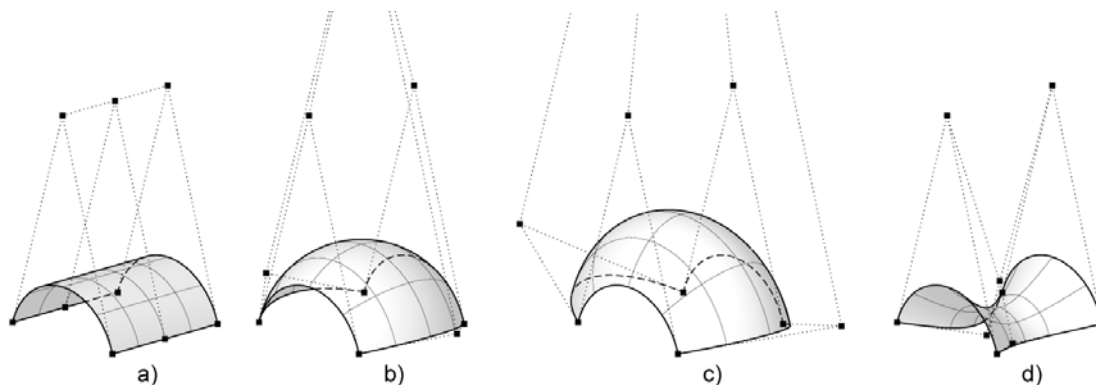
obr. 5 Translační a klínové plochy jako bi-kvadratické Bézierovy plochy

- a) parabolicko-přímková translační plocha (lze definovat jako kvadraticko-lineární Bézierovu plochu)
- b) parabolicko-parabolická translační plocha (hyperbolický paraboloid),
- c) parabolicko-parabolická klínová plocha (Hacarova plocha),
- d)e) další parabolicko-parabolické klínové plochy



obr. 6 Translační a klínové plochy jako racionální bi-kvadratické Bézierovy plochy

- a) hyperbolicko-přímková translační plocha; b) elipticko-přímková translační plocha
 - c) kružnico-kružnicová translační plocha; d) e) elipticko-eliptická klínová plocha
- Bézierovy křivky umožňují vynést pouze elipsu a kružnici s vrcholovým úhlem menším než 180° (obr. 2).



obr. 7 Části rotačních ploch jako racionální bi-kvadratické Bézierovy plochy

- a) rotační válcová plocha, b) kulová plocha, c) rotační elipsoid, d) jednoduchý rotační hyperboloid

Obecná racionální Bézierova plocha

Bézierova racionální plocha stupně n (v u -směru) a m (ve v -směru) je dána řídicím polygonem o $(n+1) \times (m+1)$ řídicích bodech P_{ij} , každému z nich je přiřazena váha w_{ij} (racionální číslo), $i \in \{0,1,2,\dots,n\}$, $j \in \{0,1,2,\dots,m\}$. Isočáry v u -směru jsou racionální Bézierovy křivky stupně n , ve v -směru stupně m .

Parametrická rovnice racionálních ploch stupně m, n :

$$B(u,v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m R_i^n(u) R_j^m(v) w_{ij} P_{ij}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m R_i^n(u) R_j^m(v) w_{ij}},$$

kde $u, v \in \langle 0,1 \rangle$,

P_{ij} jsou řídicí body plochy,

w_{ij} jsou váhy řídicích bodů,

a $R_i^n(u)$ a $R_j^m(v)$ jsou Bernsteinovy polynomy n -tého (m -tého) stupně [19].

Nevýhody Bézierových ploch vyšších stupňů jsou podobné jako u Bézierových křivek vyšších stupňů: vysoké nároky na výkon, změna jednoho řídicího bodu ovlivní celou plochu apod. Proto se v praxi používají (podobně jako u křivek) buď navazující pláty kubických Bézierových ploch (pro spojitost platí stejné podmínky jako pro křivky) nebo NURBS plochy.

5.2.2 NURBS plochy

Neuniformní racionální B-spline (NURBS) stupně p (v u -směru) a q (ve v -směru) je dána řídicím polygonem o $(n+1) \times (m+1)$ řídicích bodech P_{ij} ($n \geq p$, $m \geq q$; pro $n=p$ a $m=q$ se jedná o Bézierovu racionální plochu), každému z nich je přiřazena váha w_{ij} (racionální číslo), $i \in \{0,1,2,\dots,n\}$, $j \in \{0,1,2,\dots,m\}$.

Isočáry v u -směru jsou NURBS křivky stupně p , ve v -směru stupně q . Podobně jako u Bézierových ploch můžeme NURBS plochu získat tak, že u NURBS křivky stupně p o n řídicích bodech nahradíme každý řídicí bod NURBS křivkou stupně q o m řídicích bodech (se stejným uzlovým vektorem).

Parametrická rovnice NURBS ploch stupně p, q :

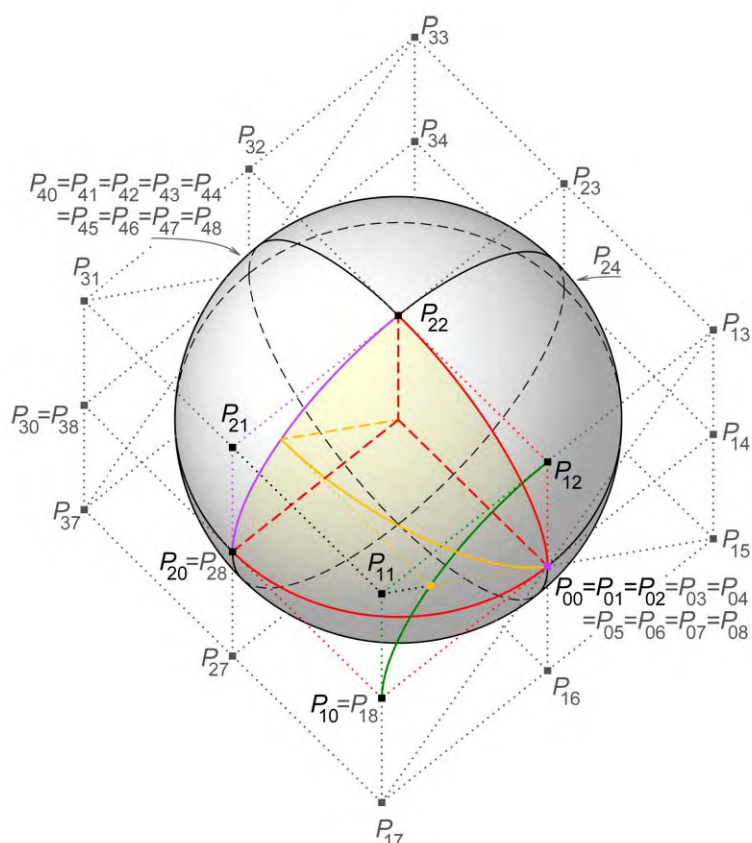
$$B(u,v) = \frac{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_i^p(u) N_j^q(v) w_{ij} P_{ij}}{\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^m N_i^p(u) N_j^q(v) w_{ij}},$$

kde $u, v \in \langle 0,1 \rangle$,

P_{ij} jsou řídicí body plochy,

w_{ij} jsou váhy řídicích bodů,

$N_i^p(u)$ a $N_j^q(v)$ jsou de Boorovy funkce p -tého (q -tého) řádu. Uzlový vektor může být pro každý směr jiný [24].



Váhy řídicích bodů:

j \ i	w_{P0j}	w_{P1j}	w_{P2j}	w_{P3j}	w_{P4j}
w_{P_i0}	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
w_{P_i1}	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
w_{P_i2}	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
w_{P_i3}	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
w_{P_i4}	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
w_{P_i5}	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
w_{P_i6}	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
w_{P_i7}	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
w_{P_i8}	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1

Uzlové vektory:

rotovaný oblouk $\{0,0,0,1/2,1/2,1,1,1\}$

rotace $\{0,0,0,1/4,1/4,1/2,1/2,3/4,3/4,1,1,1\}$

obr. 8 Koule jako NURBS plocha

Kouli lze získat jako rotaci poloviny kružnice o 360° . NURBS plocha má potom 5×9 řídicích bodů.

Řídicí body P_{0j} mají stejnou polohu, ale *nemají stejnou váhu* w_{P0j} . (dtto body P_{4j} a váhy w_{P4j}).

Koule definovaná jako NURBS plocha je tak vlastně složená z osmi racionálních bi-kvadratických Béziových ploch.

Konstrukce jedné osminy je zvýrazněna.

5.2.3 Empirické plochy v architektuře

V této kapitole se zabývám empirickými plochami, které nemají ani v jednom směru konstantní křivost (ostatní empirické plochy viz kap. 4.4.4). Materiálové možnosti jsou v podstatě stejné, ale provedení ploch, které mají v obou směrech proměnlivou křivost, je složitější.

Pro realizaci těchto ploch jsou následující možnosti:

- Aproximace z menších rovinných ploch (mesh plochy, viz kap. 5.3), tj. stavebních dílců (skleněných či obkladových tabulí nebo teoreticky i zdivo) – čím menší dílce, tím více se výsledná plocha přiblíží požadované ploše, na druhou stranu větší počet dílů komplikuje výrobu; u zdiva je navíc nutná šablona.
- Aproximace plochy po částech rozvinutelnými plochami.
- Aproximace po částech ostatními přímkovými plochami.
- Popis plochy jednosměrným nebo dvousměrným rastrem prostorově ohnutých tyčových prvků.
- Použití membránových nebo pneumatických konstrukcí – geometrie (především konvexnost/konkávnost) je omezena možnostmi materiálu.

- Použití přesných ploch:
 - Odlévání materiálu – klade nároky na přesnost a povrchovou úpravu forem.
 - Ohýbání za tepla – méně náročné na formy.
 - Frézování – v měřítku staveb se jedná o příliš nákladnou technologii.

Následující příklady realizací ilustrují některé z těchto materiálových a technologických možností v praxi.

- Železobeton: střecha kaple v Ronchamp <Le Corbusier, 1954> (aproximace přímkovými plochami po částech).
- Dřevo: vyhlídka na vrcholu Nagy-Kopasz v Maďarsku <Péter Basa a Péter Czér, 2006> nebo vyhlídka Kupla v Helsinkách <Avanto Arkkitehdit, 2002> (popis plochy pomocí rastru tyčových prvků).
- Sklo: plocha střechy nad hlavní osou Milánského výstaviště <Massimiliano Fuksas, 2005> (aproximace mesh plochou) nebo plocha dvou „bublin“ výzkumného a multimediálního centra firmy Grappa Nardini ve Vicenze v Itálii <Massimiliano Fuksas, 2004> (použití přesné dvojité zakřivené plochy).
- Plexisklo: plášť budovy Kunsthausu v Grazu <Spacelab Cook-Furnier, 2003> (přesná plocha, ohýbané za tepla).
- Kovy: plášť novinářské tribuny Nat West Media Center na kriketovém hřišti Lord's v Londýně <Future Systems, 1999> (celohliníková skořepina vyrobená v loděnici, přesná plocha), plášť Guggenheimova muzea v Bilbau <Frank Owen Gehry, 1997> (titanové panely) nebo plášť terminálu Odlet na letišti v Brně-Tuřanech <Petr Parolek, 2006> (titanzinkové kazety šestiúhelníkového tvaru).
- Membrány: objekty Surf a Fluid dotvářející interiér pražské centrály firmy Vodafone <Federico Díaz, 2009> (z podhledových fólií Barrisol z polyvinylu), Centre Pompidou v Metz ve Francii <Shigeru Ban a Jean de Gastines, 2010> (membrána ze skelného vlákna a teflonového povlaku PTFE – Polytetrafluoretylen) nebo fasáda a střecha Národního stadionu v Pekingu <Herzog & de Meuron, 2008> (průsvitná membrána, která vyplňuje zborčené plochy mezi ocelovými svařovanými nosníky).
- Pneumatické konstrukce: plášť Allianz Areny v Mnichově <Hercog & de Meuron, 2005> (pneumatické dvouvrstvé polštáře z fólií ETFE – etylentetrafluoretylen).

5.2.4 Volné plochy v CAD systémech

AutoCAD i Rhinoceros umožňují tvorbu volných ploch.

Rhinoceros reprezentuje všechny plochy pomocí NURBS ploch (i geometricky definované plochy). Obsahuje jak nástroje pro modelování interpolačních, tak aproximačních ploch.

AutoCAD umožňuje tvorbu interpolačních ploch pomocí příkazu LOFT.

Pomocí interpolačních ploch je rovněž možné přibližně modelovat libovolnou geometrickou nebo algebraickou plochu (pomocí tabulkového procesoru a řádkového skriptu – analogicky k algebraickým křivkám, viz kap. 4.4.5).

5.3 REPREZENTACE PLOCH POMOCÍ POLYGONÁLNÍ SÍTĚ (MESH)

U této metody jsou plochy reprezentovány pomocí trojúhelníkových a čtyřúhelníkových plošek. Ty jsou definovány polygonální sítí hran, jejichž vrcholy leží na samotné ploše. Každé hraně jsou přiřazeny dva vrcholy a každé plošce tři nebo čtyři hrany. Tato data jsou uložena v navzájem provázaných tabulkách, tzv. relační databázi[12].

Jedná se o přibližnou reprezentaci. Obecně platí, že čím více plošek, tím přesněji je plocha reprezentována. Protože však větší množství dat vyžaduje větší výkon, nemůže jich být příliš mnoho. Nejvýhodnější je upravit množství a velikost jednotlivých plošek lokálnímu zakřivení plochy tak, aby jejich odchylka od plochy byla víceméně stejná, a na jedné ploše mít plošky různé velikosti.

Mesh v CADu

Moderní CAD systémy nevyužívají metodu reprezentace ploch k definování objektů (přestože umožňují takové objekty i vytvářet a editovat). Využívají však jejich nenáročnosti na výpočetní výkon u složitějších operací, především u tvorby rastrových obrázků z modelu (renderingu), kde je nutné počítat nejen s tvarem těles, ale i s viditelností, osvětlením a stíny. Metoda se také využívá pro analýzu těles metodou konečných prvků, například ve statických programech[11]. S mesh plochami se lze také setkat u převádění různých formátů CAD modelů.

6 MODELOVÁNÍ TĚLES

Těleso je třírozměrný objekt – lze u něj určit objem. Těleso je část třírozměrného prostoru zcela vymezená plochami. Může být vymezeno i jednou uzavřenou plochou. Reálné prostředí (tj. i architektura) se stává z těles, body, křivky ani plochy jako takové jsou pouze matematické modely.

Základními geometrickými tělesy jsou například:

- hranol, kvádr, krychle, válec (translační plochy uzavřené plochami podstav)
- koule, rotační elipsoid (uzavřená rotační plocha)
- rotační (komolý) kužel, rotační válec (rotační plochy uzavřené plochami podstav)
- jehlan, komolý jehlan (translační plochy s proměnným měřítkem profilu uzavřené plochami podstav)
- tříosý elipsoid (uzavřená plocha)
- pravidelné mnohostěny a částečně pravidelné mnohostěny.

Modelování těles v CADu

Model tělesa je souborem dat obsahujících informace o geometrii tělesa. Tyto informace jsou dvojího druhu: geometrické (rozměry tělesa, souřadnice vrcholů, geometrie hran a ploch stěn apod.) a topologické (vztahy mezi jednotlivými geometrickými informacemi)[12]. Modelováním tělesa rozumíme tvorbu tohoto modelu.

Způsoby modelování těles:

- Základní geometrická tělesa (viz výše)

- Šablonování (tj. geometrické modelování)
- Adice ploch (skládání ploch ve společných hranách)
- Booleanovské operace (množinové operace – sjednocení, rozdíl, průnik)

Modely těles používané v CAD systémech[12]:

- Hranový model (*wireframe*) – obsahuje informace pouze o vrcholech a hranách tělesa, těleso není jednoznačně určeno, není tedy samostatně použitelný, ale je součástí jiných modelů.
- Plošný model – obsahuje hranový model a informace o stěnách tělesa.
- Objemové modely – obsahuje navíc informace o objemu (lze rozlišit vnější, hraniční a vnitřní body tělesa):
 - Hraniční modely – těleso je popsáno hraničními plochami a informací o objemu.
 - Konstrukční modely – popisuje těleso jako konstrukci se základních elementů (objemových primitiv), viz kap.
 - Rozkladové modely – těleso je rozloženo na soustavu malých elementárních jednotek, např. krychliček, podobně jako černobílý rastrový obrázek.

7 ZÁVĚR

Shrnutí získaných poznatků:

V disertační práci jsem shrnul a systematizoval většinu možných přístupů k modelování a reprezentaci geometrických objektů v CAD systémech vzhledem k jejich geometrickým a algebraickým vlastnostem. Na základě těchto poznatků jsem pro jednotlivé křivky a plochy popsal a případně analyzoval jejich reálné použití v architektuře.

U příkladů praktického použití složitějších křivek a ploch jsem uvedl i informace o realizaci. Především jsem se věnoval materiálovým možnostem realizace ploch s proměnnou křivostí a zborcených ploch. V některých případech jsem uvedl také informace o konkrétním využití výpočetní techniky během projekčních prací. U nosníků ve tvaru základních geometrických křivek jsem se zevrubně věnoval také jejich statickým vlastnostem.

Syntézou získaných poznatků z analytické a syntetické geometrie jsem upřesnil modelování složitějších geometrických a algebraických křivek a ploch v moderních CAD systémech. Za nejzajímavější považuji geometrickou konstrukci kuželoseček, kuželosečko-kuželosečkových translačních, klínových a rotačních ploch pomocí NURBS křivek a ploch.

Návrh aplikace získaných poznatků na vzdělávání budoucích architektů:

Dnešní výuka geometrie na některých školách architektury stále nevyhovuje podmínkám současné praxe, kterou změnil masivní nástup CAD systémů. Studentům neposkytuje dostatečné informace o geometrii křivek, ploch a těles ve vztahu k modelování ve výpočetní technice (s výjimkou TU Wien). Nedostatečné jsou také poskytované informace o praktickém využití geometrie ve stavební praxi.

Naopak studenti musí mechanicky zvládnout složité geometrické konstrukce, které jsou dnes snadno nahraditelné právě CAD programy.

Vztah zvládnutí těchto složitých konstrukcí k rozvoji prostorové představivosti nebyl prokázán. Naopak z výsledků výzkumů je patrné, že zjednodušení geometrických úloh může rozvoj prostorové představivosti podporovat lépe.

Domnívám se, že zavedení poznatků z této disertační práce do výuky architektů by bylo prospěšné. V teoretické oblasti (tj. na přednáškách) by měly být posíleny informace o modelování křivek, ploch i těles ve vztahu ke CAD systémům (obecně, nikoli ve vazbě na konkrétní produkt). V praktické oblasti (tj. ve cvičeních) by měly zůstat zachovány geometrické úlohy (především ve vazbě na architektonickou praxi, např. vynášení axonometrie a lineární perspektivy, teoretické řešení střech apod.), ale měly by být zjednodušeny tak, aby podpořily představivost na úkor drilu. Za vhodné považuji provázat při řešení těchto geometrických úloh rýsování a výpočetní techniku, případně i tvorbu fyzických modelů.

Za vhodné využití 3Dtestu považuji jeho aplikaci v přijímacích řízeních na fakulty architektury. Jak ukázaly výsledky výzkumu, je vhodným nástrojem ke zjištění úrovně prostorové představivosti uchazečů, oproti testům z deskriptivní geometrie ale nevyžaduje znalosti konkrétních postupů a konstrukcí. Vzhledem k riziku spojenému s tím, že každému uchazeči o studium nemusí forma 3Dtestu vyhovovat, by přijetí nemělo být zvládnutím testu podmíněno. Nespornou výhodou této formy testu je jednoznačné a rychlé vyhodnocení výsledků.

Další pokračování této disertační práce předpokládám v systematizaci získaných poznatků z aplikace geometrie v praxi (ve formě veřejně přístupné online databáze), zpřesňování těchto poznatků (studiem dostupných zdrojů, osobním kontaktem s autory a geometrickou analýzou realizovaných budov) a doplňování dalších příkladů do této databáze.

PŘÍLOHA: DOPLŇKOVÝ VÝZKUM KURZŮ GEOMETRIE

V doplňkovém výzkumu, který je popsán v příloze disertační práce, jsem se zabýval současnou výukou geometrie na školách architektury a jejím vlivem na rozvoj prostorové představivosti.

Základním předpokladem bylo, že škola architektury by měla posluchače připravit na současné požadavky praxe, která se změnila masivním nástupem výpočetní techniky. Dalším předpokladem bylo, že jednou z důležitých schopností architekta je prostorová představivost a škola architektury by měla u svých posluchačů tuto dovednost rozvíjet.

Podle výsledků tohoto výzkumu jsem upřesnil návrh aplikace poznatků z hlavní části disertační práce na vzdělávání budoucích architektů.

Popis výzkumu

Výzkum se soustředil na výuku na sedmi fakultách architektury a fakultách stavebních ve čtyřech evropských zemích. Ze studijních programů byly vybrány kurzy geometrie. O těchto kurzech jsem zjistil relevantní údaje (obsah, rozsah,

forma), a to jak z veřejně dostupných zdrojů, tak formou rozhovorů a e-mailové korespondence s vyučujícími.

U vybraných kurzů jsem se pokusil změřit, jaký vliv měly na prostorovou představivost. Protože prostorová představivost je souborem různých intelektuálních schopností jedince, je obtížné ji jakkoli kvantitativně vyjádřit. Proto jsem se zaměřil pouze na schopnost geometrického pochopení prostoru a prostorového myšlení, na kterou jsem sestavil jednoduchý kvízový test. Tento test byl proveden na jednotlivých fakultách u posluchačů vybraných kurzů z první části, a to na začátku a na konci kurzu. Ze získaných dat jsem se pokusil zjistit vliv kurzu na prostorovou představivost, tj. její zlepšení nebo zhoršení.

Test je dostupný online na adrese <http://3Dtest.foretnik.net>.

Doplňující údaje jsem získal z dotazníku, který vyplnili řešitelé testu po absolvování druhého kola.

Závěr a souhrnné výsledky

Výzkumem bylo zjištěno, že české a slovenské školy (FA a FAST VUT v Brně, FA ČVUT v Praze, FA TU v Liberci, FA TU v Bratislavě) při výuce geometrie a rozvoji prostorové představivosti spoléhaly na výuku deskriptivní geometrie. Mezi jednotlivými školami se výuka lišila v rozsahu a formě, ale obsah byl až na detaily stejný, tj. promítání (Mongeovo, axonometrie, perspektiva), křivky (především kuželosečky), plochy v technické praxi (translační, rotační, šroubové a přímkové) a případně teoretické řešení střech. Kurzy byly zpravidla zaměřeny na konstrukční geometrické úlohy (včetně poměrně složitých úloh).

Na dvou zahraničních školách zahrnutých do výzkumu se výuka odlišovala. V Gentu jsou ve vybraném kurzu řešeny pouze elementární geometrické úlohy bez znalosti složitějších geometrických zákonitostí. Kurz je ale zařazen do širšího bloku kurzů, kde jsou mj. souběžně vyučovány i základy výpočetní techniky. Ve Vídni se jednalo o obsahově zajímavý kurz, který se věnoval modelování v CADu (obecně, nejednalo o softwarový kurz).

tab. P.1 Souhrnné výsledky 3Dtestu

škola	1. kolo	2. kolo	zlepšení/zhoršení	
Fakulta architektury VUT v Brně (2006)	1028,2	995,8	+32,4	+3%
Fakulta architektury VUT v Brně (2009)	1034,9	895,0	+139,9	+14%
Fakulta stavební VUT v Brně	1288,4	1396,4	-108,1	-8%
Sint-Lucas Architectuur Brussel/Gent	1223,6	1029,6	+194,0	+16%
Fakultät für Bauingenieurwesen TU Wien	test neproběhl			
Fakulta architektury ČVUT v Praze	test neproběhl			
Fakulta architektury TU v Liberci	test nedokončil dostatečný počet respondentů			
Fakulta architektury STU v Bratislavě	test nedokončil dostatečný počet respondentů			
Filozofická fakulta UP v Olomouci	1583,0	1779,0	-196,1	-12%

Výsledky 3Dtestu ukázaly, že méně složitý způsob výuky v Gentu má na prostorovou představivost stejný nebo dokonce lepší vliv než složité geometrické postupy. Ve Vídni se bohužel nepodařilo test realizovat. Souhrnné výsledky 3Dtestu ze všech škol jsou uvedeny v tab. P.1.

Dalším poznatkem je, že obecně studenti považují za přínosnější pro rozvoj prostorové představivosti cvičení než přednášky.

Data získaná pomocí 3Dtestu je ovšem třeba brát s rezervou. 3Dtest se ukázal jako metoda vhodná spíše k měření úrovně prostorové představivosti, než k měření změny této úrovně v čase. To je způsobeno nejen tím, že samotná úroveň je velmi individuální, ale také menším zájmem o opakované kolo 3Dtestu (druhého kola se zúčastnilo pouze 44% účastníků prvního kola) a menší pozorností účastníků ve druhém kole při řešení již „známého“ testu (průměrná odchylka se zvýšila o 10,6%, srovnávací vzorek respondentů z FF UP v Olomouci se zhoršil o 12%).

K získání věrohodnějších dat by byl potřeba větší počet respondentů. I z tohoto důvodu považuji pokračování výzkumu za nereálné.

Na druhou stranu pro samotné měření individuální úrovně prostorové představivosti respondentů se 3Dtest poměrně osvědčil. To je mj. patrné z toho, že nejlepší průměrné výsledky v 1. kole byly dosaženy na FA VUT v Brně – jediné škole (z těch, pro které jsou k dispozici výsledky z 3Dtestu), na které je již v rámci přijímacího řízení vyžadován určitý stupeň prostorové představivosti (test z deskriptivní geometrie).

POUŽITÉ ZDROJE

Seznam použitých zdrojů

- [01] BIRKERTS, Gunnar. *Process and expression in architectural form* [Průběh a výraz v architektonické formě]. University of Oklahoma Press, 1994. ISBN 0-8061-2642-6.
- [02] BROWNLEE, David B. a DE LONG, David G. *Kahn*. London: Thames and Hudson, 2000. 1. vyd. ISBN 0-500-28025-8.
- [03] CALTER, Paul. Gateway to Mathematics, Equations of the St. Louis Arch [Brána k matematice, rovnice Gateway Arch v St. Louis]. In: *Nexus Network Journal*. Ročník 8, č. 2, říjen 2006, s. 53-65. ISSN 1590-5896.
- [04] DOLEŽEL, Karel. Geometrické křivky v architektuře. In: *Architekt*. Ročník 47, číslo 9, září 2001. Praha: J.H.&Archys. ISSN 0862-7010.
- [05] EGNER, Miroslav. Netradiční fasáda vlnité brány na Balabence. In: *Konstrukce*. Ostrava: Konstrukce Media. Ročník 2009, číslo 3/červen, s. 50-51, ISSN: 1213-8762.
- [06] EUKLIDES. *The thirteen books of Euclid's Elements - Vol.1 (Books I and II)* [Třináct knih Euklidových Základů – svazek I (knihy I a II)] Překlad a komentář: HEATH, Thomas L. 2. přepracované vydání. Mineola, USA: Courier Dover Publications, 1956. ISBN 486-60088-2.
- [07] FOLEY, James D. a kol. *Computer graphics: principles and practice* [Počítačová grafika: principy a praxe]. 2. vydání. Addison-Wesley, 1995. ISBN 0201848406.
- [08] HAAS, Felix. *Architektura 20. století*. 3.vyd. Praha: SPN, 1983.
- [09] HARA, Ville a kol. *Lookout tower Kupla* [Vyhlídka Kupla][online]. URL: <<http://www.avan.to/kupla/kupla.htm>>.

- [10] HERZOG, Jacques, MEURON, Pierre de a kol. IKMZ BTU Cottbus. In: *A+U*. Číslo 419, srpen 2005. Strana 8-31. Tokyo: A+U Publishing.
- [11] HORVÁTH, László a RUDAS, Imre J. *Modeling and Problem Solving Techniques for Engineers* [Modelování a techniky řešící problémy pro inženýry]. Elsevier, 2004. ISBN 0-12-602250-X.
- [12] KARGEROVÁ, Marie, KOPINCOVÁ, Edita, MERTL, Petr a NEVRLÁ, Karolina. *Geometrie a grafika pro CAD*. Praha: ČVUT, fakulta strojní, 2003. ISBN 80-01-02680-9.
- [13] KOMÍNEK, Milan. Nový zavěšený most v Ústí nad Labem. In: *Stavba*. 5. ročník, číslo 1, 1998, strany 48-53. Praha: Bertelsmann Media. ISSN: 1210-9568.
- [14] LAVIN, Irving. Bernini in St. Pieters [Bernini a Sv. Petr] In: TRONZO, William, ed. *St. Peter's in the Vatican* [Sv. Petr ve Vatikánu]. New York: Cambridge University Press, 2005. Strany 111-152. ISBN 0-521-64096-2.
- [15] LOCKWOOD, E. H. *Book of Curves* [Kniha křivek]. Cambridge University Press, 2007. ISBN 978-0-521-04444-8.
- [16] MACHÁČEK, Julius ed. Muzeum Paula Kleea – detail ocelové konstrukce. In: *Architekt*. Ročník 51, číslo 10, říjen 2005, strana 60. Praha: Architekt OA. ISSN 0862-7010.
- [17] MOLL, Ivo a kol. *Deskriptivní geometrie pro I. ročník FAST VUT v Brně* [CD-ROM]. Verze 1.3. Brno: ECON publishing, s.r.o., 2002. ISBN 80-86433-08-0.
- [18] PIEGL, Les A. a TILLER, Wayne. *The NURBS book* [Kniha NURBS]. Springer, 1997, 2. vydání. ISBN 3-540-61545-8.
- [19] SALOMON, David. *Curves and surfaces for computer graphics* [Křivky a plochy v počítačové grafice]. New York: Springer Science+Business Media, 2006. ISBN 0-387-24196-5.
- [20] VALA, Josef. Deskriptivní geometrie – 1. část. Brno: VUT, 1981.
- [21] VALA, Josef. Deskriptivní geometrie – 2. část. Brno: VUT, 1991.
- [22] VELEBNÝ, Josef. V Hradišti dozrál Květák. In: *Projekt*. Praha: Mladá fronta. Ročník 2006, číslo 5, s. 32-33. ISSN: 1211-9490.
- [23] VELICHOVÁ, Daniela. *Geometrické modelovanie – matematické základy*. Bratislava: STU, Strojnícká fakulta, 2003. ISBN 80-227-2179-4.
- [24] WEISSTEIN, Eric W. *MathWorld - A Wolfram Web Resource* [online]. URL: <<http://mathworld.wolfram.com/>>.
- [25] ZERBST, Rainer. *Antoni Gaudí i Cornet – život v architektuře*. Překlad VESELÝ, Miroslav. 1. vydání. Köln: Benedikt Taschen Verlag a Bratislava: Vydavateľstvo Slovart, 1993. ISBN 3-8228-9699-3.
- [26] *AutoCAD 2009* [počítačový program+nápověda]. San Rafael, USA: Autodesk, INC, 2008.
- [27] *Rhinoceros 4.0* [počítačový program+nápověda]. Robert McNeel.

(poznámka: úplný seznam použitých zdrojů včetně seznamu fotografií a převzatých vyobrazení je v úplné verzi disertační práce)

PROFESNÍ ŽIVOTOPIS

Jan Foretník, narozen 7. června 1978 v Jihlavě

Studium

Absolvent Gymnázia kpt. Jaroše v Brně se zaměřením na matematiku (1997) a magisterského studia na Fakultě architektury (2003).

Absolvoval stáže Fabius-Pompey High School v USA (1996), na Fakultě architektury na Královské technické vysoké škole (KTH) ve Stockholmu (2000) a na Sint-Lucas Architectuur v Gentu (2006).

Odborná praxe

Architektonická praxe v Atelieru Walter (2001–2), spolupracovník v atelieru Nytraplan (2003–9). Spoluautor architektonických projektů, např. *Fakulta chemicko-technologická Univerzity Pardubice* (soutěž, 2001, 3. místo), *Rekonstrukce zámku v Lechovicích* (studie, 2002), *Vaňkovka* (studie, 2002), *Třída míru v Pardubicích* (soutěž, 2002, 2. místo), *Autosalon Toyota – Gebhart, Rakousko* (studie 2003), *RD Žebětín* (realizace 2006), *RD Veverská Bítýška – Nábřežní* (rekonstrukce 2007), *Lékárna na Pekařské* (rekonstrukce 2008), *Areál firmy AutoFit Brno* (realizace 2009), *RD Tišnov* (studie 2009), *RD Veverská Bítýška – Nádražní* (studie 2010).

Pedagogická činnost

V současné době asistent na Ústavu navrhování I. FA VUT v Brně, kde vyučuje především ateliérovou tvorbu včetně vedení bakalářských prací a dále předměty, *Typologie I.*, *Neviděné město* a *Computer Technologies*.

Granty

- *Rehabilitace Královopolského kartouzu v Brně – příklad revitalizace významného památkového objektu*, žádost o grant GA ČR (v kolektivu Prof. Ing. arch. Jana Bukovského, DrSc.), 2002 a 2003, neúspěšná
- *Digitální databáze dokumentace stávajících budov*, žádost o grant FRVŠ, 2009, neúspěšná
- *Architektura, geometrie a výpočetní technika*, žádost o grant FRVŠ, 2010, posuzována

Workshopy a konference

- mezinárodní workshop a konference *Materialita*, 2005-6
- mezinárodní workshop *Design In the Dark* v Gentu, Belgie, 2006, 2007 a 2008
- mezinárodní workshop *Landscape as a Hotel* v Thunu ve Švýcarsku, 2009

Publikace

- FORETNÍK, Jan. Problémy postkomunistické architektury na příkladech z Brna. In: *IX. vědecká konference doktorandů*. Brno: FA VUT, 2005. ISBN 80-214-2949-6.
- FORETNÍK, Jan. 3Dtest. In: *X. vědecká konference doktorandů*. Brno: FA VUT, 2006. ISBN 80-214-3492-X.